

VŠB – Technická univerzita Ostrava

Fakulta strojní

Katedra aplikované mechaniky

Metodika praktické analýzy vlivu vrubu na únavovou  
životnost pro použití na základě výsledků MKP analýzy

Methodology of Practical Analysis of Notch Effect on  
Fatigue Life for Use on Basis of Results of FEM Analysis

Student: Bc. Jan Ordelt

Vedoucí diplomové práce: Ing. Martin Fusek, Ph.D.

Ostrava 2016

## Zadání diplomové práce

Student: **Bc. Jan Ordelt**

Studijní program: N2301 Strojní inženýrství

Studijní obor: 3901T003 Aplikovaná mechanika

Téma: Metodika praktické analýzy vlivu vrubu na únavovou životnost pro použití na základě výsledků MKP analýzy  
Methodology of Practical Analysis of Notch Effect on Fatigue Life for Use on Basis of Results of FEM Analysis

Jazyk vypracování: čeština

### Zásady pro vypracování:

1. Zpracovat data z únavových zkoušek NACA na třech vybraných materiálech (hliníkové slitiny 24S-T3 a 75S-T6, ocel 4130) z dostupných dokumentů firmy EVEKTOR.
2. Zhodnotit vliv gradientu napětí a maximální špičky napětí na únavovou životnost pro tyto tři sady dat.
3. Zhodnotit vliv kvality sítě konečných prvků při hledání maxima napětí okolo vrubu součásti a zjištění gradientu napětí.
4. Diskutovat možnosti praktického modelování leteckých konstrukcí s cílem ověřit, jak při použití hrubého modelu zachytit maximální špičku napětí a gradient napětí v okolí vrubu (např. správná orientace uzlů v okolí vrubu).
5. Na vybrané součásti s vrubem z letounu EV-55 Outback předvést navrženou metodiku výpočtu.

### Seznam doporučené odborné literatury:

- [1] Němec, J., Dvořák, J., Höschl, C.: Pružnost a pevnost ve strojírenství, Technický průvodce 69, SNTL, Brno, 1989.
- [2] Lenert, J.: Úvod do metody konečných prvků, VŠB – TU Ostrava, 1999, ISBN 80 – 7078 – 686 – 8
- [3] Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L.: The Finite Element Method (Volume 1) , Butterworth-Heinemann, Oxford 2000, ISBN 0-7506-5049-4
- [4] Schijve, J.: Fatigue of structures and materials. 2nd ed. New York: Springer, c2010, xxi, 621 s. ISBN 978-1-4020-6807-2.

Formální náležitosti a rozsah diplomové práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

Vedoucí diplomové práce: **Ing. Martin Fusek, Ph.D.**

Datum zadání: 11.12.2015

Datum odevzdání: 16.05.2016



doc. Ing. Radim Halama, Ph.D.  
vedoucí katedry



doc. Ing. Ivo Hlavatý, Ph.D.  
děkan fakulty

Místopřísežné prohlášení studenta

Prohlašuji, že jsem celou diplomovou práci včetně příloh vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a uvedl jsem všechny použité podklady a literaturu.

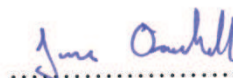
V Ostravě 16.5.2016

.....  
podpis studenta

Prohlašuji, že

- jsem byl seznámen s tím, že na moji diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., autorský zákon, zejména § 35 – užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a § 60 – školní dílo.
- beru na vědomí, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen „VŠB-TUO“) má právo nevýdělečně ke své vnitřní potřebě diplomovou práci užít (§ 35 odst. 3).
- souhlasím s tím, že diplomová práce bude v elektronické podobě uložena v Ústřední knihovně VŠB-TUO k nahlédnutí a jeden výtisk bude uložen u vedoucího diplomové práce. Souhlasím s tím, že údaje o kvalifikační práci budou uveřejněny v informačním systému VŠB-TUO.
- bylo sjednáno, že VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona.
- bylo sjednáno, že užít dílo – diplomovou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do její skutečné výše).
- beru na vědomí, že odevzdáním své práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, bez ohledu na výsledek její obhajoby.

V Ostravě 16.5.2016



Podpis

Jméno a příjmení autora práce:

Bc. Jan Ordelt

Adresa trvalého pobytu autora práce:

Rozkvět 716  
Brumov-Bylnice  
763 31



## ANOTACE DIPLOMOVÉ PRÁCE

ORDELT, J. *Metodika praktické analýzy vlivu vrubu na únavovou životnost pro použití na základě výsledků MKP analýzy: diplomová práce*. Ostrava: VŠB – Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, Katedra aplikované mechaniky, 2016, 173 s. Vedoucí práce: Fusek, M.

V diplomové práci je analyzován vliv konstrukčního vrubu na únavovou životnost. Hlavní pozornost je věnována predikci životnosti na základě MKP analýzy. V úvodní části práce je u vybraných materiálů, na základě výsledků experimentálních zkoušek z NACA, analyzován vliv maximální špičky a gradientu napětí. Z analýzy vyplývá, že k predikci životnosti je nutné dostatečně přesně stanovit jak maximální špičku, tak i gradient napětí. Další část práce se zabývá analýzou spoje potahu s podélníkem a tvorbou MKP modelu tohoto spoje. Jsou navrženy čtyři metodiky tvorby MKP modelu, z nichž je následně vybrána ta nejlepší. Tato metodika je poté odzkoušena na panelu křídla letounu EV-55 Outback. Srovnáním predikované životnosti do iniciace trhliny a života do iniciace trhliny dané experimentální zkouškou se dospělo k uspokojivé shodě.

## ANNOTATION OF MASTER THESIS

ORDELT, J. *Methodology of Practical Analysis of Notch Effect on Fatigue Life for Use on Basic of Results of FEM Analysis: Master Thesis*. Ostrava: VŠB – Technical University of Ostrava. Faculty of Mechanical Engineering, Department of Applied Mechanics. 2016, 173 p. Thesis head: Fusek, M.

In Master thesis is analysed the influence of structural notch on fatigue of lifetime. A main attention is dedicated to prediction of lifetime on basic of FEM analysis. In introduction of this thesis is analysed the influence of maximum peak stress and stress gradient on selected material. It is on basic of results of experimental test of NACA. The analysis shows that for prediction of fatigue lifetime is necessary precise determination of maximum peak stress and stress gradient. The next part of this thesis deals with analysis of joint of skin and stringer, and with creation FEM model of these joint. There are designed four methods of creation FEM model and then is selected the best one. This method is tested on panel of wing of aircraft EV-55 Outback. By comparing prediction crack initiation lifetime and crack initiation lifetime of fatigue test is arrived at satisfactory compliance.

## Obsah

Seznam použitých symbolů a zkratk .....	9
0 Úvod .....	15
1 Únava materiálu .....	17
1.1 S-Nkřivka .....	19
1.2 Parametry ovlivňující únavové chování .....	22
1.3 Predikce únavového chování .....	24
1.4 Metodiky posuzování mezních stavů životnosti v letectví .....	24
1.5 Life monitoring systems .....	25
2 Vliv konstrukčního vrubu na únavovou životnost .....	26
2.1 Součinitel vlivu únavy .....	31
3 Zhodnocení vlivu gradientu a maximální špičky napětí na únavovou životnost u vybraných materiálů a vrubů .....	32
3.1 Únavové zkoušky .....	36
3.2 MKP výpočty .....	39
3.3 Vyhodnocení vlivu vrubu na únavovou životnost .....	44
4 Výskyt únavových trhlin na letounech .....	54
4.1 Šíření trhlin ve spoji potahu s podélníkem .....	55
5 Letoun EV-55 OUTBACK .....	57
6 Rozbor analyzovaného uzlu konstrukce .....	58
6.1 Nosná soustava letounu .....	58
6.2 Nýtové připojení podélníků k potahu .....	62
6.3 Vliv zahloubení a vícenásobného nýtování .....	65
7 MKP jako podklad pro určení únosnosti a životnosti konstrukce .....	69
7.1 Struktura modelování v letectví .....	70
8 Metodiky tvorby MKP sítě jako podklad pro určování životnosti konstrukce .....	72
8.1 Analýza jednotlivých typů elementů .....	72
8.2 Propojování 2D a 3D sítě konečných prvků .....	86

8.3 Rozbor DFEMu a jeho užití k predikci životnosti nýtového spoje podélníku s potahem .....	92
8.4 Rozbor metodik a způsobu submodelingu spoje podélníku s potahem pro predikci životnosti .....	93
8.4.1 Implementace jemné sítě přímo do DFEMu .....	95
8.4.2 Submodeling – posuvová metoda a metoda vnitřních sil.....	96
8.4.3 Substructuring .....	98
8.5 Metodiky tvorby vnitřní struktury SFEMu.....	99
8.5.1 Vhodné umístění uzlů na hrubé konečnoprvkové síti tvořené skořepinovými elementy .....	99
8.5.2 Radiální zahušťování skořepinových elementů kolem kritického otvoru .....	100
8.5.3 Vhodné umístění uzlů na hrubé konečnoprvkové síti tvořené 3D elementy .....	102
8.5.4 Radiální zahušťování kolem kritického otvoru 3D elementy .....	103
8.6 Testování jednotlivých metodik tvorby vnitřní struktury submodelu - SUBFEMu .....	104
8.6.1 Vhodné umístění uzlů na hrubé konečnoprvkové síti tvořené skořepinovými elementy .....	112
8.6.2 Radiální zahušťování skořepinových elementů kolem kritického otvoru .....	114
8.6.3 Vhodné umístění uzlů na hrubé konečnoprvkové síti tvořené 3D elementy .....	119
8.6.4 Radiální zahušťování kolem kritického otvoru 3D elementy .....	121
8.7 Zhodnocení metodik .....	127
9 Předvedení navržené metodiky na vybrané součásti letounu EV-55 Outback .....	135
10 Diskuze nad výsledky .....	144
11 Závěr .....	147
Poděkování .....	149
12 Seznam použité literatury .....	150

13 Seznam příloh.....	154
Přílohy .....	155
Příloha A .....	155
Příloha B.....	164
Příloha C.....	168
Příloha D .....	172
Příloha E.....	173



## Seznam použitých symbolů a zkratk

$\Delta l_{pod}$	$[mm]$	prodloužení části podélníku vlivem tahového napětí
$\Delta l_{pot}$	$[mm]$	prodloužení části potahu vlivem tahového napětí
$\Delta N_1$	$[-]$	rozdíl mezi predikovanou životností a životností danou S-N křivkou
$\Delta N_2$	$[-]$	rozdíl mezi predikovanou životností a životností danou experimentální zkouškou na stejné hladině zatížení
$\Delta \sigma^{max}$	$[MPa]$	relativní chyba daná diskretizací
$[d\sigma/dx]_{d_{II}}$	$[MPa \cdot mm^{-1}]$	aproximační funkce popisující velikost gradientu napětí na podélníku – druhá metodika
$[d\sigma/dx]_{d_{IV}}$	$[MPa \cdot mm^{-1}]$	aproximační funkce popisující velikost gradientu napětí na podélníku – čtvrtá metodika
$[d\sigma/dx]_{t1_{II}}$	$[MPa \cdot mm^{-1}]$	aproximační funkce popisující velikost gradientu napětí dle normály válcové části na potahu – druhá metodika
$[d\sigma/dx]_{t1_{IV}}$	$[MPa \cdot mm^{-1}]$	aproximační funkce popisující velikost gradientu napětí dle normály válcové části na potahu – čtvrtá metodika
$[d\sigma/dx]_{t2_I}$	$[MPa \cdot mm^{-1}]$	korigovaná hodnota gradientu napětí dle normály fiktivního rádiusu - první metodika
$[d\sigma/dx]_{t2_{II}}$	$[MPa \cdot mm^{-1}]$	korigovaná hodnota gradientu napětí dle normály fiktivního rádiusu na potahu - druhá metodika
$[d\sigma/dx]_{t2_{IV}}$	$[MPa \cdot mm^{-1}]$	aproximační funkce popisující velikost gradientu napětí dle normály fiktivního rádiusu na potahu - čtvrtá metodika
$\Delta \sigma$	$[MPa]$	rozkmit napětí
$A$	$[-]$	parametry aproximace S-N křivky
$a$	$[-]$	parametr Kohout-Věchetovi aproximační funkce
$a_e$	$[mm]$	vzdálenost mezi uzlem kořene vrubu a nejbližším meziuzlem
$A_f$	$[-]$	parametr lineární funkce součinitele vlivu únavy

$a_G$	$[-]$	materiálový parametr FKM modelu
$a_k$	$[MPa \cdot mm^{-2}]$	koeficient kvadratické funkce
$A_s$	$[-]$	parametr lineární funkce součinitele jakosti povrchu
$B$	$[-]$	parametr Kohout-Věchetovi aproximační funkce
$B_f$	$[-]$	parametr lineární funkce součinitele vlivu únavy
$b_G$	$[MPa]$	materiálový parametr FKM modelu
$b_k$	$[MPa \cdot mm^{-1}]$	koeficient kvadratické funkce
$B_s$	$[-]$	parametr lineární funkce součinitele jakosti povrchu
$C$	$[-]$	parametr Basquinovy a Kohout-Věchetovi aproximační funkce
$c$	$[mm]$	materiálový parametr Siebel-Stielerova modelu
$c_k$	$[MPa]$	koeficient kvadratické funkce
$D$	$[-]$	parametry aproximace S-N křivky
$E$	$[MPa]$	Youngův modul
$e_{max}$	$[mm]$	velikost elementů v poslední řadě
$e_{min}$	$[mm]$	velikosti první řady elementů
$E_{pod}$	$[MPa]$	Youngův modul materiálu podélníku
$E_{pot}$	$[MPa]$	Youngův modul materiálu potahu
$F$	$[N]$	síla v pásnici
$f$	$[Hz]$	frekvence zatěžování
$f_{size}$	$[-]$	součinitel velikosti
$f_{surf}$	$[-]$	součinitel jakosti povrchu
$f_{tech}$	$[-]$	součinitel technologie úprav povrchu (nitridování, ...)
$H$	$[-]$	parametry aproximace S-N křivky
$h_{ef}$	$[mm]$	efektivní výška
$i$	$[-]$	pořadí MKP výpočtu numerického experimentu
$K_f$	$[-]$	součinitel vrubu
$K_{f,tot}$	$[-]$	celkový součinitel vrubu
$K_t$	$[-]$	součinitel tvaru
$k$	$[MPa \cdot mm^{-1}]$	koeficient lineární rovnice

$k_z$	$[-]$	korekční faktor maximální špičky napětí na zahloubeném otvoru
$k_\sigma$	$[-]$	korekční faktor na gradient napětí dle normály fiktivního rádiusu na zahloubeném otvoru
$l$	$[mm]$	počáteční délka části potahu i podélníku (vzdálenost mezi nýty)
$M_o$	$[N \cdot mm]$	ohybový moment
$N$	$[-]$	počet cyklů
$n$	$[-]$	součinitel vlivu únavy
$n_1$	$[-]$	skutečný součinitel vlivu únavy (vztaženo k prvnímu hlavnímu napětí)
$n_e$	$[-]$	počet elementů po obvodu kružnice vrubu
$n_{FEMFAT}$	$[-]$	součinitel vlivu únavy dle FEMFATu
$n_{FKM}$	$[-]$	součinitel vlivu únavy dle FKM
$n_{HMH}$	$[-]$	skutečný součinitel vlivu únavy (vztaženo k ekvivalentnímu napětí HMH)
$n_{Siebel-Stieler}$	$[-]$	součinitel vlivu únavy dle Siebel-Stielera
$p$	$[MPa]$	tlak
$Q$	$[-]$	parametry aproximace S-N křivky
$q$	$[MPa]$	koeficient lineární rovnice
$R$	$[-]$	koeficient asymetrie cyklu
$R^2$	$[-]$	hodnota spolehlivosti
$R_e$	$[MPa]$	mez kluzu
$R_m$	$[MPa]$	mez pevnosti
$r_\sigma$	$[mm]$	poloměr, na kterém se vyšetřuje napjatostní stav
$S$	$[mm^2]$	plocha průřezu pásnice
$T$	$[N]$	posouvající síla
$t$	$[mm]$	tloušťka stojiny
$v1 - v8$	$[mm]$	rozměrové parametry vzorků
$W$	$[-]$	parametr Basquinovy aproximační funkce
$w_{max}$	$[mm]$	maximální průhyb
$\alpha$	$[-]$	parametr Kohout-Věchetovi aproximační funkce, součinitel tvaru

$\beta$	$[-]$	parametr Kohout-Věchetovi aproximační funkce, součinitel vrubu
$\varepsilon_{pod}$	$[-]$	poměrné prodloužení v podélníku
$\varepsilon_{pot}$	$[-]$	poměrné prodloužení v potahu
$\theta$	$[deg]$	úhel, na kterém se vyšetřuje napjatostní stav
$\mu$	$[-]$	Poissonovo číslo
$\rho$	$[mm]$	poloměr vrubu
$\rho_{max}$	$[mm]$	poloměr maximální kružnice pro radiální zahušťování
$\sigma$	$[MPa]$	napětí
$\overline{\sigma}^{max}$	$[MPa]$	hodnota přibližně odpovídající přesné hodnotě maximální špičky napětí
$\sigma_a$	$[MPa]$	amplituda napětí
$\sigma_{ac}$	$[MPa]$	amplituda napětí při únavě materiálu s korekcí na střední napětí
$\sigma_C$	$[MPa]$	mez únavy materiálu (hladký leštěný vzorek)
$\sigma_C^\times$	$[MPa]$	mez únavy součásti bez vrubu
$\sigma_{C,V}$	$[MPa]$	mez únavy součásti s vrubem
$\sigma_{C,V,a}$	$[MPa]$	amplituda napětí při únavě materiálu vzorku s vrubem s korekcí na střední hodnotu
$\sigma_D$	$[MPa]$	napětí na dolní straně plechu v místě I
$\sigma_d$	$[MPa]$	dolní napětí
$\sigma^{max}_{d_{II}}$	$[MPa]$	aproximační funkce popisující velikost maximální špičky napětí na podélníku - druhá metodika
$\sigma^{max}_{d_{IV}}$	$[MPa]$	aproximační funkce popisující velikost maximální špičky napětí na podélníku - čtvrtá metodika
$\sigma_H$	$[MPa]$	napětí na horní straně plechu v místě I
$\sigma_h$	$[MPa]$	horní napětí
$\sigma^{max}_i$	$[MPa]$	hodnota maximální špičky napětí dané MKP výpočtem v <i>i-tém</i> kroku
$\sigma_m$	$[MPa]$	střední napětí
$\sigma_{max}$	$[MPa]$	maximální napětí v kořeni vrubu



$\sigma_{MKP}$	[MPa]	amplituda max. špičky napětí daná MKP výpočtem
$\sigma_N$	[MPa]	časovaná mez únavy
$\sigma_P$	[MPa]	napětí v pásnici
$\sigma_{pod}$	[MPa]	tahové napětí v podélníku
$\sigma_{pot}$	[MPa]	tahové napětí v potahu
$\sigma_{rr}$	[MPa]	radiální normálové napětí
$\sigma^{max}_{t_I}$	[MPa]	korigovaná hodnota max. špičky napětí na potahu - první metodika
$\sigma^{max}_{t_{II}}$	[MPa]	korigovaná hodnota max. špičky napětí na potahu - druhá metodika
$\overline{\sigma^{max}_{t_{II}}}$	[MPa]	nekorigovaná aproximační funkce popisující velikost maximální špičky napětí na potahu - druhá metodika
$\sigma^{max}_{t_{IV}}$	[MPa]	aproximační funkce popisující max. špičku napětí na potahu - čtvrtá metodika
$\sigma_x$	[MPa]	napětí v ose x
$\sigma_y$	[MPa]	napětí v ose y
$\sigma_{\theta\theta}$	[MPa]	tečné normálové napětí
$\tau$	[MPa]	smykové napětí
$\chi_\sigma$	[mm <sup>-1</sup> ]	poměrný gradient napětí
$\omega$	[–]	hodnota zkoumané veličiny daná MKP výpočtem
$\bar{\omega}$	[–]	hodnota přibližně odpovídající přesné hodnotě hledané veličiny
$\omega_{chyba}$	[–]	relativní chyba hledané veličiny
DFEM		Detailed Finite Element Model – detailní konečnoprvkový model
FADOFF		Fatigue Analysis Documentation OFFice
FEM		Finite Element Method
GBA		označení hliníkové slitiny 2024-T3 v programu FinLiv

GBB	označení hliníkové slitiny 7075-T6 v programu FinLiv
GBC	označení oceli 4130 v programu FinLiv
GFEM	Global Finite Element Model – globální konečnoprvkový model
MHP	Metoda Hraničních Prvků
MKP	Metoda Konečných Prvků
MMPDS	Metallic Materials Properties Development and Standardization
NACA	National Advisory Committee for Aeronautics
NASA	National Aeronautics and Space Administration
$n_R$	normála fiktivního rádiusu otvoru se zahloubením
$n_v$	normála válcové části otvoru se zahloubením
$n_z$	normála zahloubené části otvoru se zahloubením
P40	označení hladkého vzorku
P41	označení vzorku s U-vrubem
P43	označení vzorku s vrubem typu přechodového rádiusu
P44	označení vzorku s vrubem typu kruhového otvoru
SFEM	Submodel - Finite Element Model

## 0 Úvod

Predikce únavového chování je v dnešní době důležitou součástí návrhu konstrukčního celku. S pojmem únava materiálu se inženýři začali zabývat již v 19. století. Asi nejznámějším inženýrem zabývajícím se únavou materiálu byl August Wöhler<sup>1</sup>, který studoval únavové chování železničních náprav. V současné době již existují pro predikci únavové životnosti konstrukcí sofistikované software. Vstupními parametry do těchto software jsou mimo jiné data z MKP analýzy zkoumaného konstrukčního členu. Žádný z těchto sofistikovaných software však přesně neříká, jak kvalitní síť konečných prvků se musí při MKP analýze použít, aby data získané z této analýzy byly pro následnou predikci životnosti akceptovatelné. Cílem diplomové práce je stanovit metodiku tvorby MKP sítě na vybrané skupině leteckých konstrukcí.

Úvodní část práce se zabývá popisem a stanovením vlivu vrubu, tedy maximální špičky a gradientu napětí, na únavovou životnost. Tento vliv je zkoumán jen na vybraných materiálech a typech vrubů. Vliv gradientu a maximální špičky napětí se stanoví na základě porovnání vypočtených a experimentálních dat. Na základě výsledků analýzy jsou navíc naladěny parametry vybraného matematického modelu, který popisuje vliv gradientu napětí na únavovou životnost. Experimentální zkoušky, ze kterých tato práce vychází, se prováděly v Národním poradním výboru pro letectví (NACA)<sup>2</sup> v padesátých a šedesátých letech minulého století. Kovové materiály použité jako podklad pro zkoumání vlivu gradientu napětí jsou slitiny hliníku 24S-T3, 75S-T6 a ocel 4130. Ke zmíněným materiálům existuje díky experimentům NACA dostatečný počet S-N křivek. Zkoumané materiály se hojně využívají právě v letectví. Zkoumané typy vrubů jsou takové, které se velmi často vyskytují na leteckých konstrukcích.

Druhá část práce se zabývá metodikou tvorby sítě konečných prvků na nýtových spojích, jež jsou jedním z nejkritičtějších únavových oblastí na letounech. Cílem studie je zhodnocení vlivu kvality sítě konečných prvků na výsledky maximální špičky a gradientu napětí v okolí těchto diskontinuit. Vybraná metodika je poté ověřena tím, že jsou srovnány výsledky z únavové zkoušky a predikované životnosti na základě MKP

---

<sup>1</sup> August Wöhler, \*22. 6. 1819, †21. 3. 1914 [24]

<sup>2</sup> NACA (National Advisory Committee for Aeronautics), jedná se o předchůdce NASA (National Aeronautics and Space Administration) [25]

analýzy u vybraného dílu letounu EV-55 Outback (Obr. 1).



**Obr. 1 - Letoun EV-55 Outback za letu**

Výsledky diplomové práce poté budou sloužit jako podklady při predikci únavového chování leteckých konstrukcí ve firmě *EVEKTOR*, která je zadavatelem této diplomové práce.

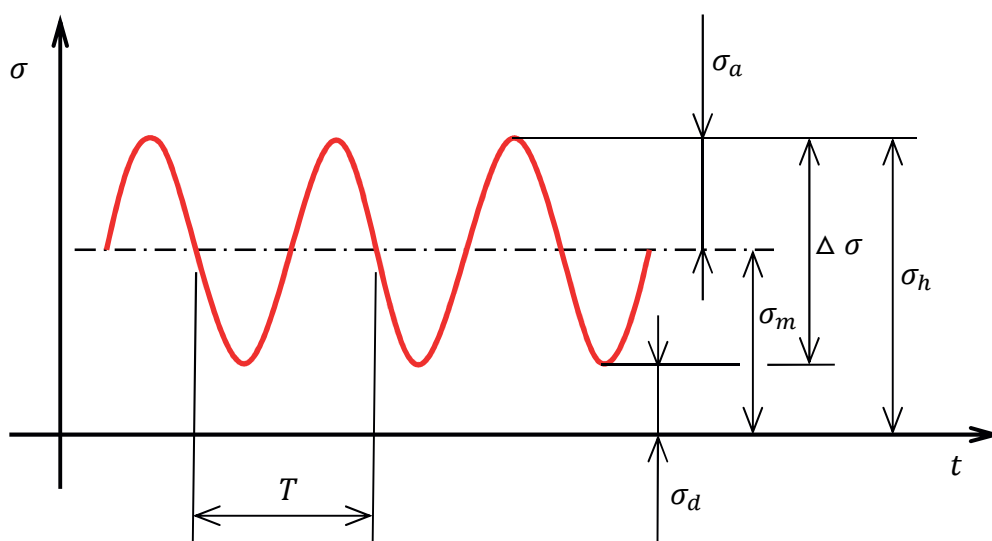


## 1 Únava materiálu

Součásti, strojní uzly nebo konstrukce jsou téměř vždy po dobu své životnosti zatěžovány časově proměnlivým vnějším zatížením. Takové zatížení způsobuje, že se od určitého počtu cyklů začne projevovat únavové chování materiálů. Vlivem únavy, se strojní součásti při stejné amplitudě napětí poruší dříve, nežli je tomu u kvazistatického zatěžování. O efektu únavy materiálu se přesvědčili inženýři již před mnoha lety, například při lomech železničních náprav. V dnešní době již je únava materiálu jedním z mezních stavů konstrukcí.

Zatížení, kterými jsou strojní konstrukce namáhány a které způsobují únavové chování, bývají různého charakteru. Nejčastěji mívá zatížení složitý průběh. Pro potřeby zkoumání únavového chování se časový průběh zatížení často popisuje pomocí harmonické funkce. Harmonické zatížení bývá popsáno těmito parametry.

- horním napětím  $\sigma_h$
- dolním napětím  $\sigma_d$
- středním napětím  $\sigma_m$
- amplitudou napětí  $\sigma_a$
- rozkmitem napětí  $\Delta \sigma$
- frekvence (perioda) zatěžování  $f$  (T)
- koeficient asymetrie cyklu  $R$



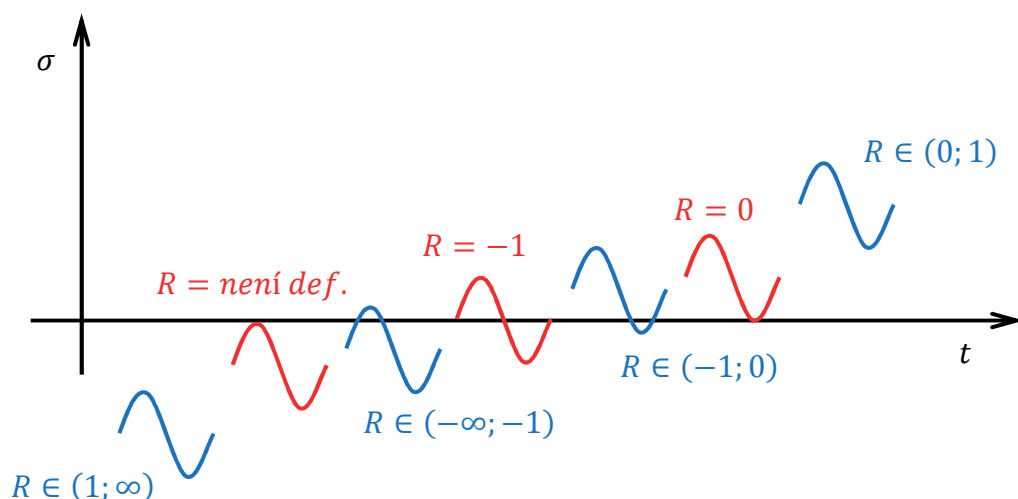
Obr. 2 - Harmonický signál

Mezi některými parametry existují matematické vztahy, které vyplývají z grafu na Obr. 2. Zatížení pak bývá popsáno např. pouze středním napětím, amplitudou napětí a frekvencí. Důležitou charakteristikou je koeficient asymetrie cyklu, dle kterého lze kvalitativně harmonické zatížení rozdělit, viz Obr. 3.

$$R = \frac{\sigma_d}{\sigma_h} \quad (1)$$

Dle koeficientu asymetrie lze harmonické signály rozdělit do sedmi základních typů:

- pulsující v tlaku  $R \in (1; \infty)$ ,
- míjivý v tlaku  $R = \text{není def.}$ ,
- nesouměrný střídavý v tlaku  $R \in (-\infty; -1)$ ,
- symetricky střídavý  $R = -1$ ,
- nesouměrně střídavý v tahu  $R \in (-1; 0)$ ,
- míjivý v tahu  $R = 0$ ,
- pulsující v tahu  $R \in (0; 1)$ .



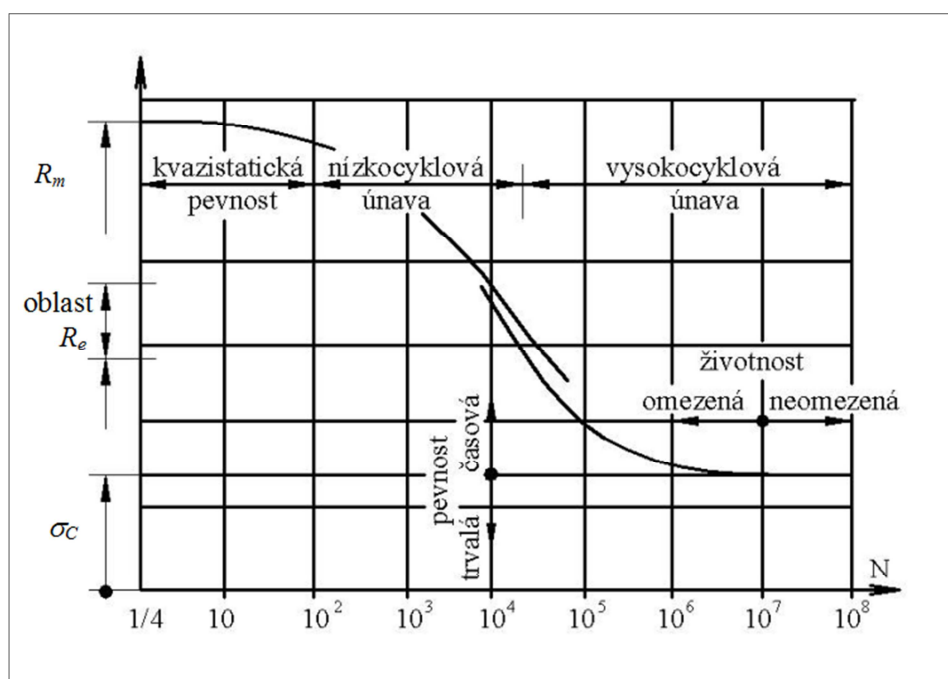
**Obr. 3 - Kvalitativní rozdělení harmonických signálů**

Pro popis únavového chování se užívají tzv. únavové křivky. Jednou z křivek je Wöhlerova neboli S-N křivka. Další křivkou je únavová křivka deformace neboli Manson-Coffinova křivka, kde každý bod křivky je popsán hysterezní smyčkou. Únavové křivky deformace popisují závislost amplitudy deformace na počtu cyklů do lomu. Pro popis nízkocyklové únavy se užívá spíše Manson-Coffinova křivka, k popisu vysokocyklové únavy pak S-N křivka. Důležitou vlastností únavové křivky deformace je, že ji lze rozložit na křivky vyjadřující velikost elastické a plastické deformace v závislosti na počtu cyklů. Pokud se tyto křivky zobrazí v log-log souřadnicích jsou to přímky a v bodě, kde se tyto přímky protnou, se nachází tranzitní

bod. Tento bod značí teoretický práh mezi nízko a vysoko-cyklovou únavou. Pro popis cyklického zpevnění či změkčení se ještě užívá cyklická deformační křivka. Tato práce se však zaměřuje pouze na vysoko-cyklovou únavu, proto je dále detailně popsána jen S-N křivka [1].

## 1.1 S-N křivka

S-N nebo též nazývaná Wöhlerova křivka popisuje závislost amplitudy napětí, při kterém dojde k poruše součásti, na počtu cyklů do této poruchy. Wöhlerovy křivky (dále bude užíván pouze výraz S-N křivka) se získávají zpracováním experimentálně naměřených dat. S-N křivka obsahuje několik významných oblastí, viz Obr. 4.



**Obr. 4 - Významné oblasti únavové životnosti [4]**

V kvazistatické oblasti se nejedná o únavový proces lomu, kdežto o lom statický. Oblast nízkocyklové únavy je charakteristická vznikem cyklické plastické deformace materiálu ve větší oblasti než je tomu u únavy vysokocyklové. Vysokocyklová únava se někdy uvažuje při životnosti vyšší než je  $5 \cdot 10^4$  cyklů, tato hodnota však platí pouze u vybraných materiálů, například u ocelí, pro jiné materiály se tato hodnota může lišit. Důležitým bodem S-N křivky je mez únavy  $\sigma_c$  a k ní příslušný smluvní počet cyklů  $N_c$ , který se u některých ocelí udává např.  $2 \cdot 10^7$ . Mez únavy tvoří hranici mezi trvalou a časovanou pevností, to však přibližně platí jen pro určité skupiny materiálů. Jinak tomu je např. u slitin hliníku, které jsou popsány časovanou mezí únavy  $\sigma_N$ . U těchto slitin dochází k lomu i po překročení smluvního počtu cyklů a to za působení amplitudy napětí pod mezí únavy  $\sigma_N$ .

Pro matematický popis S-N křivky se užívají regresní funkce, jež aproximují data z experimentálních zkoušek únavy. Tato práce se zaměřuje pouze na dva typy regresí, a to na Basquinovu a Kohout-Věchetovu regresi.

Basquinova regrese je dvouparametrová exponenciální funkce. Její rovnice je v normálních souřadnicích popsána vztahem (2):

$$\sigma^W \cdot N = C, \quad (2)$$

kde

$\sigma$         napětí,

$N$         počet cyklů,

$W, C$      parametry Basquinovy aproximační funkce.

Parametry rovnice, tedy exponent  $W$  a parametr  $C$  jsou získány aproximací experimentálně získaných dat. Z předpisu Basquinovy regrese, tedy exponenciální funkce, lze vyvodit, že tuto regresí nelze správně popsat kvazistatickou oblast únavového chování. Taktéž oblast za mezí únavy, potažmo smluvního počtu cyklů při mezi únavy, nemusí Basquinova regrese popsat zcela korektně. Proto se při získávání parametrů Basquinovy regresní funkce někdy omezuje interval, ze kterého jsou regresní parametry vypočteny. Spodní hranicí pro Basquinovu regresy může být 50 000 cyklů a horní hranice 500 000 cyklů [2], v jiných případech pak Basquinova regresní funkce může správně popisovat únavové chování např. od 10 000 do 1 000 000 cyklů. S-N křivka se dá vyjádřit jak v lineárních tak v logaritmických souřadnicích. Vyjádření Basquinovi regresní funkce v logaritmických souřadnicích má tu výhodu, že se zobrazí jako přímka.

K přesnějšímu analytickému popisu S-N křivky lze užít Kohout-Věchetovi regrese, která je formulována následujícím vztahem:

$$\sigma = a \cdot \left( C \frac{N + B}{N + C} \right)^\beta \quad (3)$$

K vyjádření Kohout-Věchetovi regresní funkce je třeba určit čtyři parametry. Jsou to parametry  $a, \beta, B, C$ , pro které zároveň platí tyto nerovnice:

$$a > 0 \quad (4)$$

$$\beta < 0 \quad (5)$$

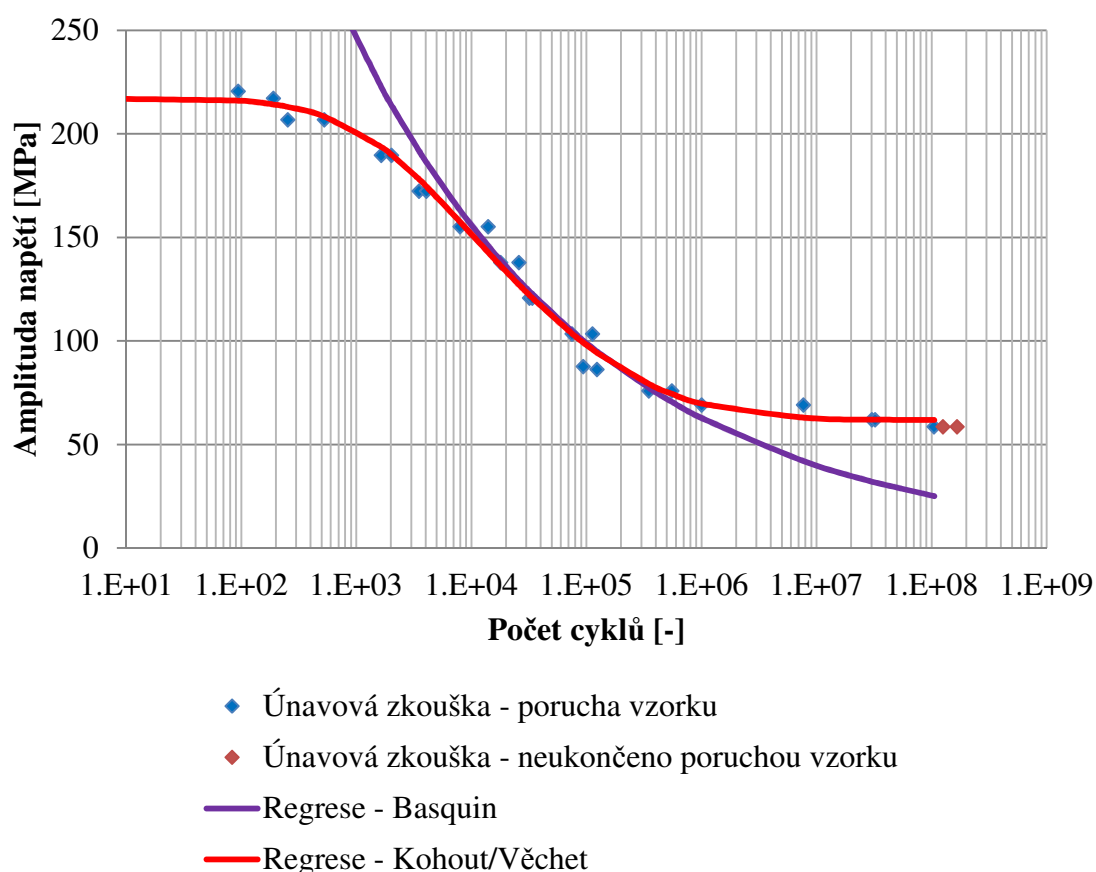


$$B \geq 0 \quad (6)$$

$$C > B \quad (7)$$

Pro určení těchto parametrů se musí formulovat identifikační algoritmus. Protože je Kohout-Věchetova regrese vůči svým parametrům nelineární, je nutno užít k zjištění parametrů nelineární metodu nejmenších čtverců. Jelikož se soustava nelineárních rovnic, která je vyvozena z nelineární metody nejmenších čtverců, řeší numericky, je dále nutné definovat počáteční odhad. Tento odhad může být zvolen např. na základě výsledků Basquinovi regrese [3].

Díky víceparametrickému matematickému popisu Kohout-Věchetovi regresní funkce, bývá lépe popsána kvazistatická oblast i oblast kolem smluvního počtu cyklů při mezi únavy. Kohout-Věchetova regresní funkce tedy dokáže téměř dokonale popsat data, které jsou tak charakteristická pro únavu materiálu. Srovnání obou regresí je patrné z Obr. 5. Srovnání je v grafu uvedeno pro zatížení míjivým cyklem v tahu ( $R = 0$ ) vzorku s kruhovým otvorem z hliníkové slitiny 24S-T3 (2024 - T3).



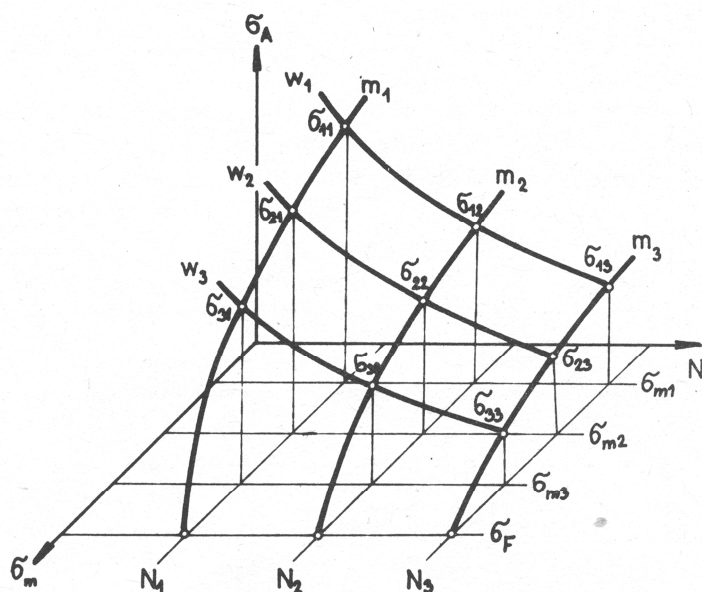
**Obr. 5 - Srovnání Kohout-Věchetovi a Basquinovi regrese**

## 1.2 Parametry ovlivňující únavové chování

Únavový proces je velmi složitý a je závislý na mnoha faktorech. Jednotlivé faktory mohou být závislé i mezi sebou navzájem. Faktory ovlivňující únavovou pevnost jsou následující:

- vliv středního napětí,
- vliv velikosti součásti,
- vliv jakosti povrchu a povrchových úprav,
- vliv frekvence zatěžování,
- vliv provozní teploty,
- vliv víceosé napjatosti,
- vliv okolí,
- vliv gradientu napětí,
- vliv koncentrátorů napětí [1].

Střední složka napětí v zátěžném spektru představuje posun S-N křivky ve svislém směru dolů. Vliv středního napětí je zřetelný z Obr. 6. K matematickému popřípadě geometrickému popisu vlivu středního napětí se užívá aproximace Smithova nebo Haighova diagramu. Taky lze užít přepočít na ekvivalentní amplitudy kmitu, např. podle Odinga. [20]



Obr. 6 - Vliv středního napětí [4]

Velikost součásti ovlivňuje únavové chování ve více faktorech. Jedním z nich je ten, že při zvětšujícím se zatěžovaném objemu součástí je větší pravděpodobnost výskytu

poruch, tím je taky větší pravděpodobnost únavového porušení součásti. Tento faktor je však významnější pouze při homogenním namáhání, což je například tahové-tlakové namáhání nevrubovaného vzorku. U homogenního namáhání je konstantní napětí po celém průřezu vzorku a tudíž může trhлина započat například v některé z materiálových diskontinuit, kterých se zvětšujícím se rozměrem součásti přibývá. U součásti s vrubem, kde díky tvarové diskontinuitě vzniká v průřezu gradient napětí, započiná únavové poškození většinou právě ve vrubu a proto je velikost součástí méně významným faktorem. Další vliv velikosti součásti je při zatížení ohybem či krutem.

K nukleaci únavových trhlín ve většině případů dochází v povrchové vrstvě součástí, proto má jakost povrchu výrazný vliv na únavové chování těles. Nejvyšší mez únavy mívají hladké vzorky obrobené např. jemným leštěním. Každý jiný způsob opracování, který zvýší drsnost povrchu součásti, snižuje jeho mez únavy. Únavové chování lze zlepšit účelnou úpravou povrchu (kuličkování, válečkování). Důležitou roli na kvalitu povrchu má taky koroze materiálu, která je součástí větší skupiny vlivů, což jsou vlivy okolí.

Do jisté míry má na životnost součástí vliv také teplota a frekvence zatěžování. Vliv frekvence zatěžování má podstatně významnější vliv spolu s vyšší teplotou, pokud ještě na konstrukci působí korozivní prostředí. S rostoucí frekvencí zatěžování se může mez únavy zvyšovat. To může nastat díky tomu, že se plně nestačí rozvinout plastické deformace. V oblasti trvalé pevnosti a při frekvenci zatěžování mezi 10 až 200 Hz je však vliv frekvence zatěžování zanedbatelný. Vliv teploty je výrazný až při vyšších teplotách, kdy se společně s únavou materiálu začne projevovat creepový mechanismus.

U hladkých vzorků namáhaných tahem-tlakem vzniká obecně jednoosá napjatost. U součástí s vrubem však v okolí vrubu vzniká již napjatost víceosá. Vliv konstrukčního vrubu a gradientu napětí je detailně popsán v kapitole 2.

Mez únavy součásti s vrubem je obecně vyjádřena vztahem:

$$\sigma_{C,V} = \frac{\sigma_C}{K_{f,tot}}, \quad (8)$$

kde

$K_{f,tot}$  celkový součinitel vrubu,

$\sigma_C$  mez únavy materiálu (hladký leštěný vzorek).

Celkový součinitel  $K_{f,tot}$  je složen z dalších dílčích součinitelů, které zahrnují jednotlivé vlivy. Tento celkový součinitel lze vypočítat několika způsoby - dle jednotlivých autorů. Např. dle Němce, Puchnera a Linhartu je celkový součinitel popsán vztahem:

$$K_{f,tot} = \frac{K_f}{f_{size} \cdot f_{surf} \cdot f_{tech}}, \quad (9)$$

kde

$f_{size}$  součinitel velikosti,

$f_{surf}$  součinitel jakosti povrchu,

$f_{tech}$  součinitel technologie úprav povrchu (nitridování, ...). [4]

### 1.3 Predikce únavového chování

Predikovat životnost lze na základě čtyř základních přístupů – metodik:

- přístup pomocí nominálních napětí,
- přístup pomocí lokálních elastických napětí,
- přístup pomocí lokálních elasto-plastických napětí a deformací,
- přístup využívající lomové mechaniky [5].

V přístupu pomocí nominálních napětí se pracuje se součinitelem koncentrace elastických napětí  $K_t$ , respektive součinitelem vrubu  $K_f$ . Součinitel koncentrace elastických napětí ukazuje jak (kolikrát) se maximální napětí ve vrubu zvětší oproti napětí nominálnímu. Přístup pomocí lokálních elastických napětí pak pracuje přímo s hodnotami maximální špičky napětí ve vrubu. Obě tyto metodiky pracují pouze s elastickým napětím. Metodika lokálních elasto-plastických napětí a deformací již využívá znalosti z teorie plasticity. Tato metodika tedy již pracuje i s napětími a deformacemi elasto-plastickými. Poslední metodika - přístup na základě lomové mechaniky se pak zabývá posuzování stability trhliny.

### 1.4 Metodiky posuzování mezních stavů životnosti v letectví

Posuzování mezních stavů konstrukcí lze rozdělit do dvou základních skupin, a to dle toho jak jsou závislé na čase:

- konstruování na trvalou pevnost,
- konstruování na časovou pevnost.

Konstruování na trvalou pevnost se uplatňuje při návrhu součástí, u kterých napětí nepřesahují meze únavy. Jedná se tedy o neomezenou životnost konstrukcí. Metodika

navrhování na trvalou pevnost je nejstarším způsobem posuzování mezního stavu únavové životnosti součástí – konstrukcí. Součásti navržené touto metodikou jsou určeny pro plnění funkce po celou dobu životnosti celé sestavy.

Konstruování na časovou pevnost se užívá např. v letectví, jelikož lze lépe využít únavových vlastností součástí. Konstrukce pak dosahují nižších hmotností, což je v letectví velmi důležitý faktor. Jde o konstruování na omezený život. Součásti navržené na omezenou životnost pak většinou nejsou určeny pro to, aby plnily funkci po celou dobu provozuschopnosti sestavy. Posuzování únavové životnosti na omezenou životnost lze dále dělit na podskupiny:

- konstrukce s bezpečným životem / Safe-life,
- konstrukce bezpečná při poruše / Fail-safe,
- konstrukce s pomalým šířením trhlin / Slow crack growth,
- konstrukce s přípustným poškozením / Damage tolerance.

Metodika *konstrukce s bezpečným životem (Safe-life)* spočívá v tom, že žádná z částí sestavy nesmí být v provozu po překročení své životnosti. Po překročení únavové životnosti součásti je tato součást vyměněna. V průběhu životnosti nesmí být v součásti zjištělná trhlina.

*Konstrukce bezpečná při poruše (Fail-safe)* je navržena tak, aby ani při vzniku únavové poruchy některého z nosných členů soustavy, nevzniklo katastrofické selhání celé soustavy.

*Konstrukce s přípustným poškozením (Damage tolerance)* je navrhována tak, aby i při poruše jedné ze součástí (např. únavou) byla schopná zbylá konstrukce přenést provozní zatížení až do další kontroly. Damage tolerance lze dále dělit. Jednou z podskupin je *konstrukce s pomalým šířením trhlin (Slow crack growth)*. U konstrukce s pomalým šířením trhlin (Slow crack growth) jsou zavedena takové materiálové a konstrukční opatření, že nemůže mezi dvěma po sobě jdoucími prohlídkami dojít ke vzniku únavové poruchy. [1], [4].

## 1.5 Life monitoring systems

Jde o systémy, které sledují čerpání únavové života částí (uzlů) za provozu. Zaimplementováním takovýchto systémů do letounu se zvyšuje bezpečnost. Existuje

několik principů, na kterých tyto systémy pracují. Jedním z nich je sběr dat o vnějším zatěžování, z čehož pak lze vypočítat namáhání v jednotlivých uzlech a vyhodnotit únavové poškození. V jiných systémech se pak pomocí tenzometrů stanovuje pole deformací v okolí kritického místa a poté se stanovuje kumulace poškození. Jiné pak v nebezpečném (kritickém) místě monitorují únavové poškození přímo. Tento princip byl například využit u hlavního nosníku křídla letounu Zlín Z126, kdy byly odhaleny vznikající trhliny na trubkových příhradových konstrukcích. Monitorování kritického místa se v tomto případě provedlo tak, že uzavřené trubky byly natlakovány a tlak v trubkách se měřil. Pokles tlaku v konstrukci pak znamenal vznikající trhlinu. [20]

## **2 Vliv konstrukčního vrubu na únavovou životnost**

Konstrukční vrub je jedním z iniciátorů lomů těles. Vruby se obecně dělí na konstrukční a strukturní. Strukturní vruby mohou být např. vměstky, dutiny a jiné nehomogenity materiálu. Tato diplomová práce se však zabývá pouze vruby konstrukčními.

Na strojních součástech se konstrukční vruby vyskytují hojně. Jsou jimi například:

- různá osazení (osazení hřídelů),
- otvory (kruhové),
- drážky pro pero,
- zápichy (drážky pro pojistné kroužky),
- aj.

Konstrukční vruby jsou vruby vnějšími, které nejsou nijak skryty a mohou tedy být uváženy již při posuzování životnosti v době návrhu součásti. Na únavovou životnost má konstrukční vrub negativní dopad – snižuje únavovou životnost.

Díky konstrukčním vrubům vznikají v součástech následující jevy:

- vznik (změna) gradientu napětí,
- změna velikosti maximální špičky napětí,
- změna napjatosti v okolí vrubu.

Vliv gradientu napětí i vliv změny velikosti maximální špičky napětí je zahrnut ve vztahu pro predikci únavové životnosti díky součiniteli vrubu  $K_f$  (v některých literaturách je uváděna taky jako  $\beta$ ).

Dalším důležitým koeficientem je součinitel tvaru  $K_t$  (v některých literaturách je uváděna jako  $\alpha$ ). Součinitel tvaru popisuje, kolikrát se maximální napětí ve vrubu zvýší oproti nominálnímu napětí. Nominální napětí je takové napětí, které by teoreticky vzniklo v okolí vrubu za předpokladu, že by se neuvažoval vrubový účinek vrubu. Nominální napětí lze vypočítat dvojím způsobem. Rozdíl je v tom k jaké ploše průřezu (momentu setrvačnosti) je nominální napětí vztaženo. Pokud se při výpočtu průřezu (momentu setrvačnosti) neuvažuje oslabení průřezu vrubem, označuje se nominální napětí jako *BRUTTO*. V opačném případě se nominální napětí označuje *NETTO*.

Je nutno podotknout, že součinitel tvaru odpovídá zvýšení pouze elastických napětí, nikoli plastických. Součinitel tvaru lze určit několika způsoby:

- analyticky (výpočtem),
- numericky (MKP),
- experimentálně (fotoelasticimetrie, pomocí tenzometrů).

Součinitelé tvaru jsou pro některé typy a velikosti vrubů taky tabelovány. Tyto hodnoty pak lze vyhledat např. v literatuře nebo na webu. Analyticky však lze součinitel tvaru určit jen u vybraných tvarů a okrajových podmínek. V praxi je proto výhodné využít nástroje MKP.

Dalším důležitým parametrem v únavě materiálu je poměrný gradient napětí  $\chi_\sigma$ , který popisuje stav napětí v okolí kořene vrubu. Poměrný gradient napětí je matematicky formulován vztahem (10).

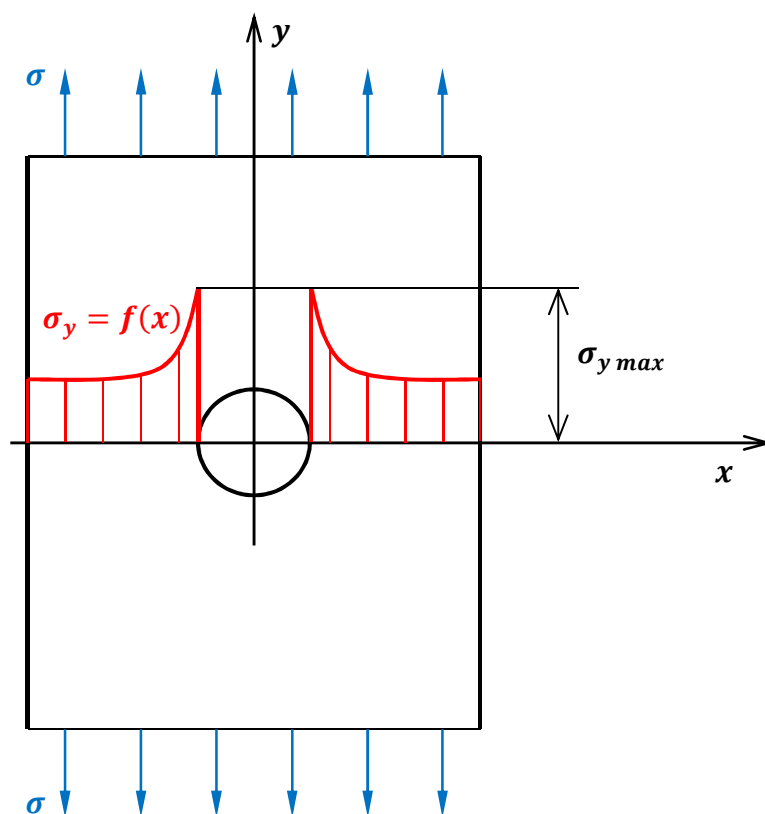
$$\chi_\sigma = \frac{1}{\sigma_{max}} \left( \frac{\partial \sigma_y}{\partial x} \right)_{x=0} \quad (10)$$

kde

$\sigma_{max}$       maximální napětí v kořeni vrubu,

$\sigma_y$         napětí v ose y.

Z Obr. 7, kde je zobrazen vzorek s vrubem kruhového otvoru, jsou zřejmé všechny parametry rovnice (10).



**Obr. 7 - Poměrný gradient napětí**

Gradient napětí tedy popisuje, jak se napětí v okolí vrubu mění. Podobně jako k součiniteli tvaru  $i$  k poměrnému gradientu napětí lze dospět několika přístupy:

- analyticky (výpočtem),
- numericky (MKP),
- experimentálně (fotoelasticimetrie, pomocí tenzometrů).

V rovnici pro výpočet poměrného gradientu (10) se objevuje derivace napětí  $\sigma_y$  podle souřadnice  $x$ . Tato derivace lze přesně vyčíslit pouze u spojitě funkce. Z výsledků MKP analýzy však lze vyčíslit pouze diskrétní hodnoty napětí a souřadnic, proto se musí zvolit některá z metodik, jak data z MKP zpracovat a gradient napětí vypočítat. Existují tři základní metodiky jak tyto data zpracovat.

První metodikou je provedení aproximace vypočtených diskrétních hodnot napětí. Tato aproximace může být provedena například metodou nejmenších čtverců. Po provedení aproximace již může být provedena derivace získané aproximační funkce. Při užití této metodiky je pak maximální špička napětí rovna funkční hodnotě, kdy za souřadnici  $x$  je



dosazena hodnota odpovídající kořeni vrubu. Tato metoda je však časově náročnější než ostatní metody.

Druhou metodou pak je vypočtení přibližné hodnoty derivace (gradientu) pomocí lineární interpolace napětí v blízké oblasti kořene vrubu. Napětí je tedy dle této metodiky popsáno v okolí kořene vrubu lineární rovnicí.

$$\sigma = k \cdot x + q \quad (11)$$

Koeficienty lineární rovnice  $k$  a  $q$  se určí vyřešením soustavy rovnic, které představují napětí v prvním a druhém uzlu v oblasti kořene vrubu (horní index v kulatých závorkách značí pořadí uzlu od kořene vrubu – index 1 značí uzel, který je přímo v kořeni vrubu). Druhý uzel sítě, ze kterého jsou koeficienty vypočteny, se zvolí takový, který je nejbližší uzlu kořene vrubu a současně leží co nejbližšie normále vnitřní ploše vrubu vedené přímo z kořene vrubu.

$$\sigma^{(1)} = k \cdot x^{(1)} + q \quad (12)$$

$$\sigma^{(2)} = k \cdot x^{(2)} + q \quad (13)$$

Po vyjádření soustavy rovnic jsou koeficienty rovny následujícím vztahům.

$$k = \frac{\sigma^{(1)} - \sigma^{(2)}}{x^{(1)} - x^{(2)}} \quad (14)$$

$$q = \sigma^{(1)} - k \cdot x^{(1)} \quad (15)$$

Gradient napětí pak vznikne zderivováním rovnice napětí (11) dle souřadnice  $x$ .

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial x} = k \quad (16)$$

Jak je vidět z rovnice (16), je dle této metodiky gradient napětí v okolí vrubu konstantní. Pokud má souřadnice  $x$  počátek v kořeni vrubu, gradient napětí je v kořeni vrubu roven hodnotě z rovnice (17).

$$\left( \frac{\partial \sigma_y}{\partial x} \right)_{x=0} = k = \frac{\sigma^{(1)} - \sigma^{(2)}}{-x^{(2)}} \quad (17)$$

Maximální špička napětí se pak dle této metodiky rovná uzlové hodnotě napětí v kořenu vrubu  $\sigma^{(1)}$ . Hodnota poměrného gradientu dle této metodiky pak je:

$$\chi_\sigma = \frac{1}{\sigma^{(1)}} \cdot \frac{\sigma^{(1)} - \sigma^{(2)}}{-x^{(2)}} \quad (18)$$

Poslední metodou jak data zpracovat, je použití kvadratické interpolace. Napětí v okolí kořene vrubu je pak popsáno rovnicí (19).

$$\sigma = a_k \cdot x^2 + b_k \cdot x + c_k \quad (19)$$

Koeficienty  $a_k, b_k$  a  $c_k$  se určí ze tří bodů, kde je napětí známé, tedy z uzlů sítě v nejbližším okolí kořene vrubu – body se hledají stejně jako u lineární interpolace.

$$\sigma^{(1)} = a_k \cdot (x^{(1)})^2 + b_k \cdot x^{(1)} + c_k \quad (20)$$

$$\sigma^{(2)} = a_k \cdot (x^{(2)})^2 + b_k \cdot x^{(2)} + c_k \quad (21)$$

$$\sigma^{(3)} = a_k \cdot (x^{(3)})^2 + b_k \cdot x^{(3)} + c_k \quad (22)$$

Po vyjádření soustavy rovnic jsou koeficienty rovny následujícím vztahům.

$$a_k = \frac{\frac{\sigma^{(1)} - \sigma^{(2)}}{x^{(1)} - x^{(2)}} - \frac{\sigma^{(2)} - \sigma^{(3)}}{x^{(2)} - x^{(3)}}}{x^{(1)} - x^{(3)}} \quad (23)$$

$$b_k = \frac{\sigma^{(1)} - \sigma^{(2)}}{x^{(1)} - x^{(2)}} - a_k \cdot (x^{(1)} + x^{(2)}) \quad (24)$$

$$c_k = \sigma^{(1)} - a_k \cdot (x^{(1)})^2 - b_k \cdot x^{(1)} \quad (25)$$

Gradient napětí v okolí kořene vrubu se určí zderivováním rovnice (19) podle souřadnice  $x$ .

$$\frac{d\sigma}{dx} = 2a_k \cdot x + b_k \quad (26)$$

Z rovnice (26) je vidět, že gradient se v okolí kořene vrubu mění lineárně. Gradient v kořeni vrubu se pak určí tak, že se za  $x$  dosadí odpovídající hodnota kořenu vrubu. V případě, že souřadnice  $x$  má počátek v kořeni vrubu (viz Obr. 7), dosadí se za  $x$  nulová hodnota.

$$\left(\frac{d\sigma}{dx}\right)_{x=0} = b_k \quad (27)$$

Hodnota poměrného gradientu dle této metodiky pak je:

$$\chi_\sigma = \frac{1}{\sigma^{(1)}} \cdot \frac{\sigma^{(1)} - \sigma^{(2)}}{x^{(1)} - x^{(2)}} - \frac{\frac{\sigma^{(1)} - \sigma^{(2)}}{x^{(1)} - x^{(2)}} - \frac{\sigma^{(2)} - \sigma^{(3)}}{x^{(2)} - x^{(3)}}}{x^{(1)} - x^{(3)}} \cdot (x^{(1)} + x^{(2)}) \quad (28)$$

## 2.1 Součinitel vlivu únavy

Vztah mezi součinitelem tvaru a součinitelem vrubu popisuje další součinitel, součinitel vlivu únavy (29).

$$n = \frac{K_t}{K_f} \quad (29)$$

Součinitel vlivu únavy je funkcí materiálu a velikosti vrubu. Různí autoři matematicky popisují součinitel vlivu únavy buď jako funkci meze pevnosti a poloměru vrubu nebo jako funkci meze pevnosti a poměrného gradientu napětí [5]:

$$n = n(R_m, \rho) \quad (30)$$

$$n = n(R_m, \chi_\sigma) \quad (31)$$

kde

$\rho$  poloměr vrubu,

$R_m$  mez pevnosti.

V dalším textu bude diskutován součinitel vlivu únavy pouze jako funkce meze pevnosti a poměrného gradientu napětí, protože je tento přístup praktičtější při MKP výpočtech.

Dle autorů **Siebela a Stieler** je součinitel vlivu únavy určen následujícím vztahem [17]:

$$n_{Siebel-Stieler} = 1 + \sqrt{c \cdot \chi_\sigma} \quad (32)$$

Dle Siebela a Stieler popisuje součinitel vlivu únavy v celém rozsahu poměrných gradientů pouze jedna rovnice. V rovnici (32) je poměrný gradient nezávisle proměnnou, parametr  $c$  je pak materiálovou konstantou. Hodnoty materiálové konstanty  $c$  jsou pro některé skupiny materiálů tabelovány.

Dle autora **Richtline (FKM)** je součinitel vlivu únavy popsán třemi různými vztahy [19]. Který ze vztahů má být použit, se řídí oborem hodnot poměrného gradientu.

Pro obor hodnot poměrného gradientu  $\chi_\sigma \leq 0,1 \text{ mm}^{-1}$  je součinitel vlivu únavy dán vztahem:

$$n_{FKM} = 1 + \chi_\sigma \cdot 10^{-\left(a_G - 0,5 + \frac{R_m}{b_G}\right)}, \quad (33)$$

kde

$a_G$  materiálový parametr FKM modelu,

$b_G$  materiálový parametr FKM modelu.

Pro obor hodnot poměrného gradientu  $0,1 \text{ mm}^{-1} \leq \chi_\sigma \leq 1 \text{ mm}^{-1}$  je součinitel vlivu únavy dán vztahem (34).

$$n_{FKM} = 1 + \sqrt{\chi_\sigma} \cdot 10^{-(a_G + \frac{R_m}{b_G})} \quad (34)$$

A pro hodnoty poměrného gradientu  $1 \text{ mm}^{-1} \leq \chi_\sigma \leq 100 \text{ mm}^{-1}$  je součinitel vlivu únavy dán vztahem (35).

$$n_{FKM} = 1 + \sqrt[4]{\chi_\sigma} \cdot 10^{-(a_G + \frac{R_m}{b_G})} \quad (35)$$

Dalším vztahem, který popisuje součinitel vlivu únavy je vztah dle **Stielera** (36). Tento vztah je využíván taky v komerčním software **FEMFAT** [18].

$$n_{FEMFAT} = 1 + \sqrt{\chi_\sigma} \cdot 10^{-(0,33 + \frac{R_e}{712})} \quad (36)$$

kde

$R_e$       mez kluzu.

Vztah (36) je kvalitativně podobný vztahu dle Siebel-Stielera (32). V obou rovnicích je odmocnina z poměrného gradientu násobena konstantou závislou na materiálu. U tohoto modelu literatura neuváděla, pro jakou skupinu materiálů jsou koeficienty 0,33 a 712 určeny. Proto je nutné tento model před použitím pro predikci životnosti ověřit. Dále je nutno podotknout, že všechny výše uvedené modely jsou určeny pouze pro kovové materiály.

### 3 Zhodnocení vlivu gradientu a maximální špičky napětí na únavovou životnost u vybraných materiálů a vrubů

Výběr materiálů, u kterých je provedena analýza vlivu gradientu a maximální špičky napětí ve vrubu na únavovou životnost, je proveden na základě četnosti jejich výskytu na leteckých konstrukcích. Byly vybrány následující konstrukční materiály:

- hliníková slitina 2024-T3 (24S-T3),
- hliníková slitina 7075-T6 (75S-T6),
- ocel (SAE) 4130.

Značení všech tří použitých materiálů podle české, evropské a americké normy je v Tab. 1.

**Tab. 1 - Značení použitých materiálů [15]**

Norma	ASTM (AISI)	EN	ČSN
Hliníkové slitiny	2024-T3	AW-2024	42 4203
	7075-T6	AW-7075	42 4222
Ocel	4130	---	15 130

**Hliníková slitina 2024-T3** – Hliníkové slitiny 2024 patří do skupiny duralů. Označení 2024-T3 se používá pro plechy po rozpouštěcím žíhání, rovnání za studena a přirozeném stárnutí. Používá se především k výrobě frézovaných dílů. Obecně ji lze použít na tyto díly letounu: potahy, stojiny, výztuhy, závěsy nebo vnitřní panely. [14]

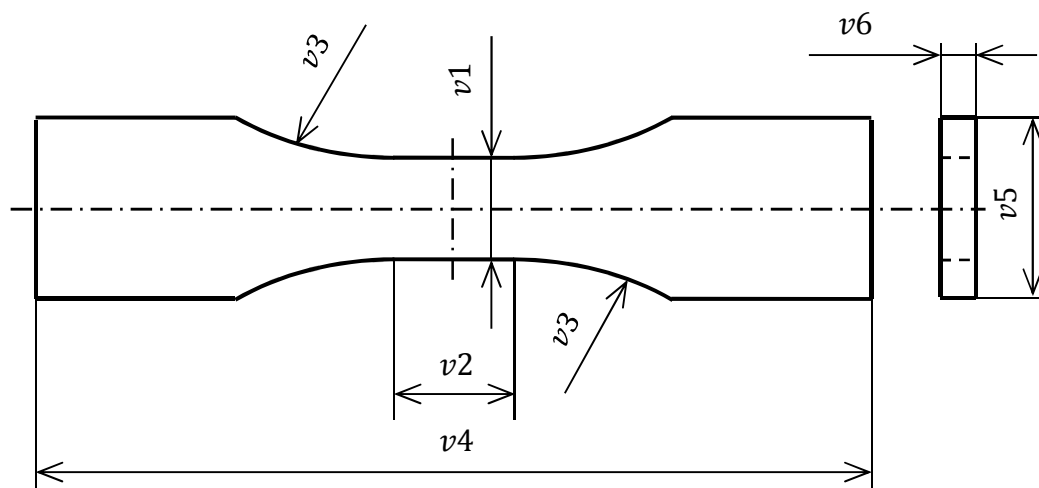
**Hliníková slitina 7075-T6** – Hliníková slitina 7075 se v praxi často označuje jako letecký dural. Označení 7075-T6 se používá pro stav po rozpouštěcím žíhání a umělém stárnutí. Obecně se jedná o vysoce pevnou slitinu hliníku a zinku. Tato slitina má dosti rozdílné vlastnosti v jednotlivých stavech a proto nelze obecně určit na jaké díly se používá – užití je závislé na stavu tepelného zpracování. [14]

**Ocel 4130** – Jedná se o nízkolegovanou chromomolybdenovou ocel. Je vhodná pro zušlechťování. Používá se například na svařovaná kování, spojovací prvky, svařované díly pro rozvedení zatížení do duralového draku letadla. [14]

Analýza vlivu maximální špičky a gradientu napětí se provádí na vzorcích, které obsahují tyto typy vrubů:

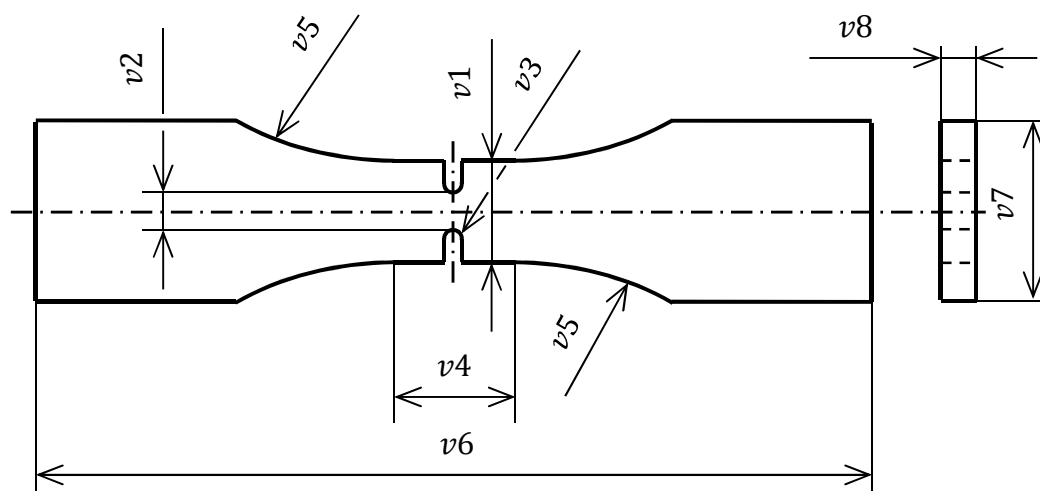
- U-vrub,
- přechodový rádius,
- kruhový otvor.

Referenční vzorek (hladký vzorek), u kterého je uvažováno, že součinitel tvaru je roven jedné, je na Obr. 8. Tento vzorek je dále označen jako P40.



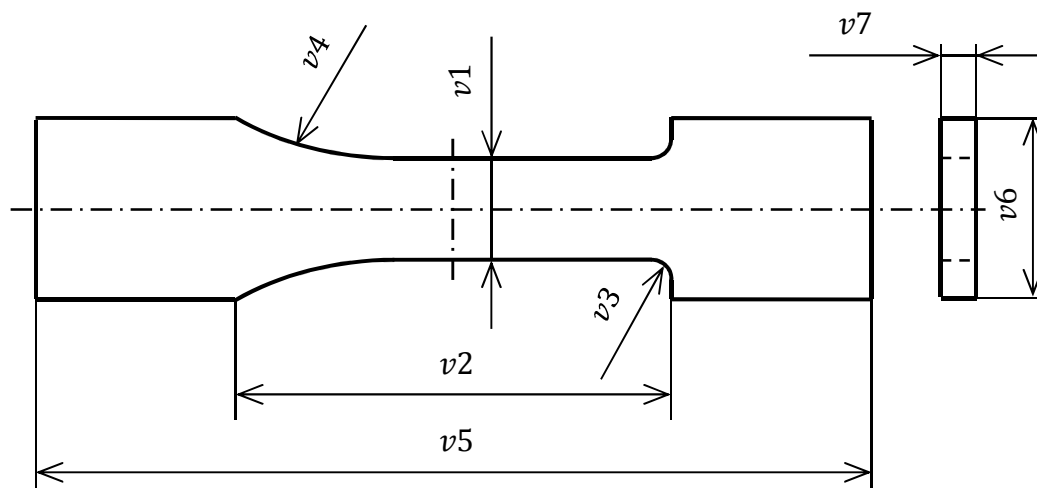
**Obr. 8 - Referenční (hladký) vzorek / P40**

Vzorek s U-vrubem je pak zobrazen na Obr. 9. Tento vzorek je dále označován jako P41.



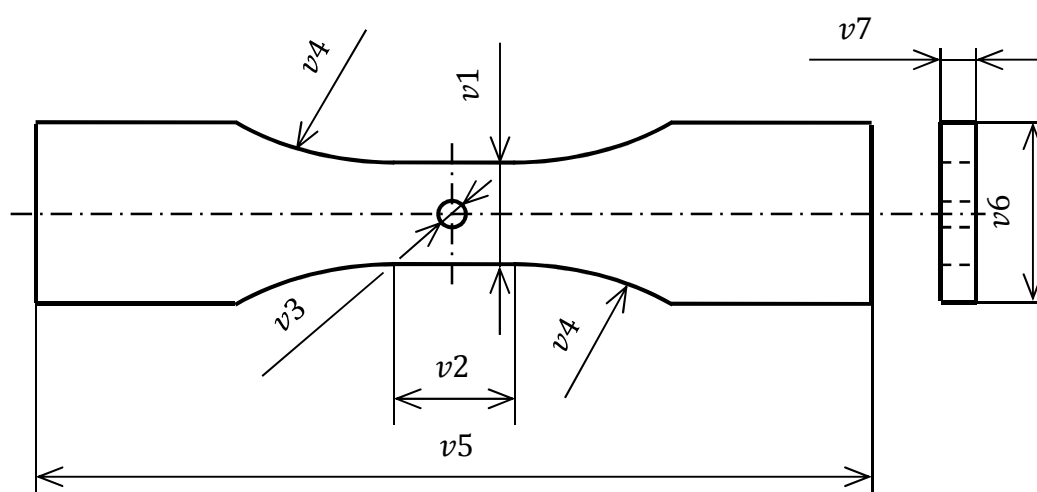
**Obr. 9 - Vzorek s U-vrubem / P41**

Dalším vzorek obsahuje vrub ve tvaru přechodového rádiusu (Obr. 10). Tento vzorek je dále označován jako P43.



**Obr. 10 - Vzorek s vrubem typu přechodového rádiusu / P43**

Posledním testovaným vzorkem je vzorek s otvorem (Obr. 11). Tento vzorek je dále označován jako P44.



**Obr. 11 - Vzorek s vrubem typu kruhového otvoru / P44**

Všechny použité vzorky mají obdélníkový průřez.

Analýza maximální špičky a gradientu napětí na únavovou životnost součástí má několik kroků. V prvním kroku je stanovena únavová životnost hladkých a vrubovaných vzorků na základě experimentální únavové zkoušky. Mez únavy součásti bez vrubu je dána vztahem (37).

$$\sigma_c^{\times} = \sigma_c \cdot f_{size} \cdot f_{surf} \cdot f_{tech} \quad (37)$$

Součinitel vrubu vrubovaných vzorků je pak určen tak, že se upraví rovnice (8), (9) a (37).

$$\sigma_{c,v} = \frac{\sigma_c}{K_{f,tot}} = \frac{\frac{\sigma_c^{\times}}{f_{size} \cdot f_{surf} \cdot f_{tech}}}{K_f} = \frac{\sigma_c^{\times}}{K_f} \Rightarrow K_f = \frac{\sigma_c^{\times}}{\sigma_{c,v}} \quad (38)$$

Při úpravách v rovnici (38) se uvažuje, že koeficienty  $f_{size}$ ,  $f_{surf}$  a  $f_{tech}$  vrubovaných a nevrubovaných vzorků jsou si rovny. Tohoto zjednodušení se uvažovalo na základě několika skutečností:

- nevrubovaný vzorek i vrubované vzorky byly vyráběny podobnou technologií,
- povrchy všech vzorků byly dokončeny pomocí elektrolytického leštění,
- velikosti všech vzorků si jsou podobné.

Poté jsou na vrubovaných vzorcích pomocí MKP (FEM) stanoveny součinitele tvaru  $K_t$  a gradienty napětí. Ze stanovených součinitelů tvaru a vrubu je pak podle vztahu (29) vypočten skutečný součinitel vlivu únavy  $n$ .

Po vypočtení skutečného součinitele vlivu únavy je součinitel vlivu únavy určen taky výpočtem dle tří různých metodik (viz kapitola 0) a je provedeno srovnání vhodnosti těchto metodik. Protože je metodika výpočtu součinitele vlivu únavy dle **Siebela a Stillera** nejjednodušší a je popsána pouze jedním materiálovým parametrem, je tento parametr na základě výsledků únavových zkoušek pro zkoušené materiály naladěn.

### 3.1 Únavové zkoušky

Únavové zkoušky, které jsou podkladem pro tuto analýzu, byly provedeny v Národním poradním výboru pro letectví (NACA). Zkoušky se prováděly již v padesátých a

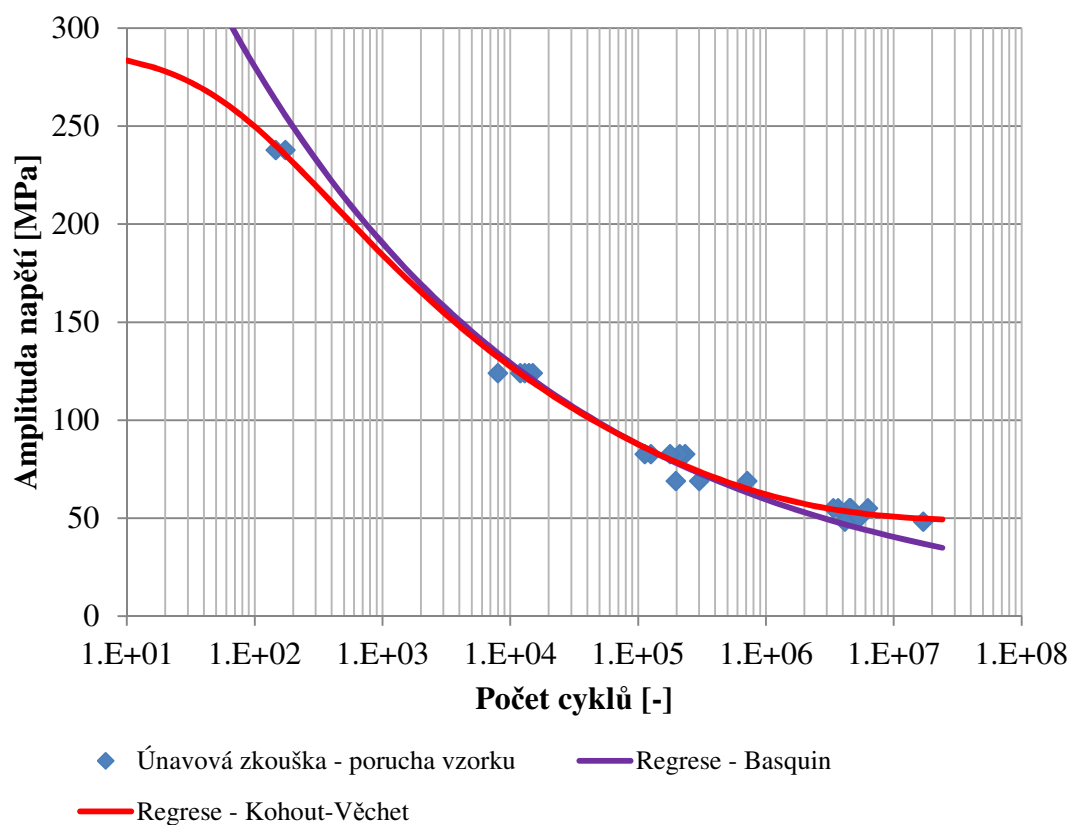


šedesátých letech minulého století. Vzorky byly zatěžovány pouze cyklickým tahem-tlakem.

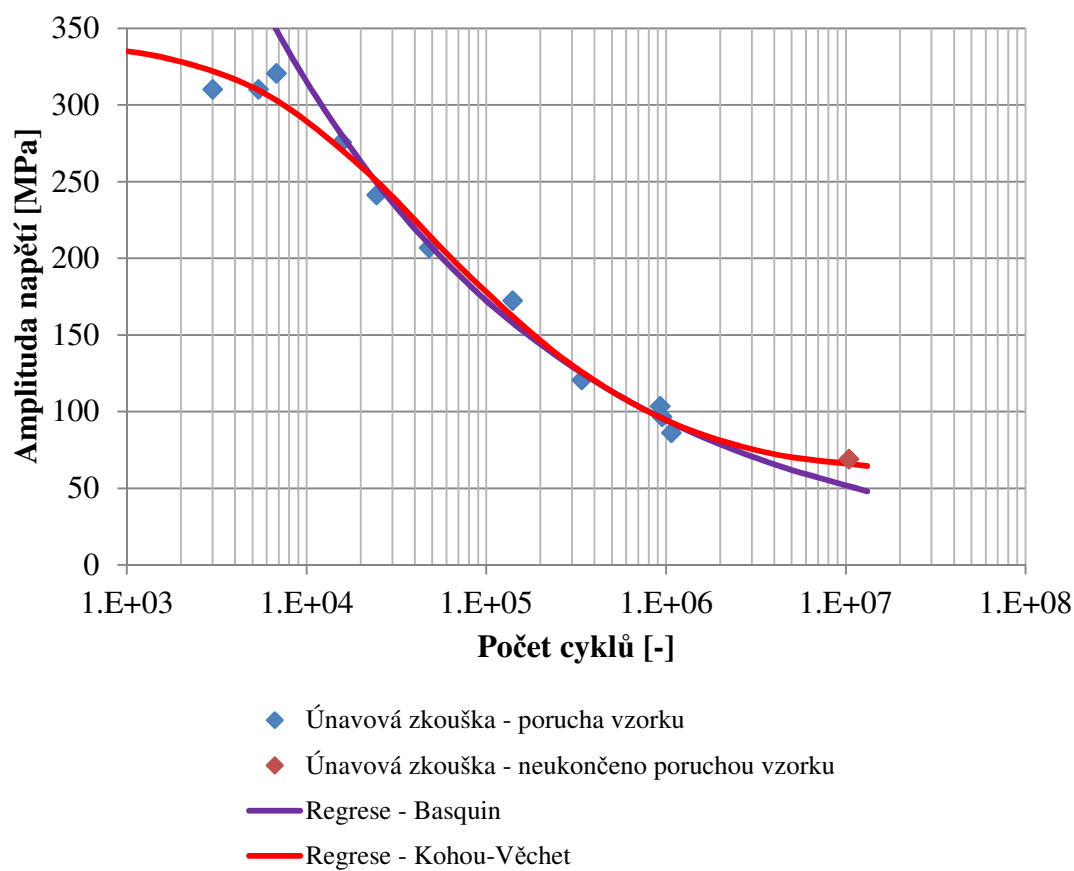
Data z únavových zkoušek [6], [7], [8], [9], [10], [11], [12] a [13] jsou zpracovány v rámci projektu FADOFF. Většina zpracovávaných únavových dat jsou v původních dokumentech ve formě tabulkových hodnot, pouze některé data S-N křivek se musela převést z grafu do tabulkových hodnot pomocí příslušného grafického software (WebPlotDigitizer). V původních dokumentech jsou napětí v jednotkách psi popřípadě ksi, proto je proveden přepočít do jednotek SI, tedy MPa. Po převedení dat z původních textových souborů do datových souborů je provedena Basquinova a Kohout-Věchetova aproximace, čímž je získán matematický popis jednotlivých S-N křivek. Aproximace je prováděna v software Microsoft Excel - program FinLiv. Na tomto zpracování se podíleli i další osoby z firmy *EVEKTOR*.

V rámci projektu FADOFF je zpracováno 233 S-N křivek pro vybrané vzorky, z toho se zkoušelo 88 vzorků z *hliníkové slitiny 2024-T3*, 78 z *hliníkové slitiny 7075-T6* a 67 z *oceli 4130*. Z těchto křivek je pak pro analýzu maximální špičky a gradientu napětí vybráno celkem 48 (21 - hliníková slitina 2024-T3, 19 - hliníková slitina 7075-T6 a 8 - ocel 4130). Aby se předešlo zbytečnému vnášení nepřesností do zhodnocení vlivu gradientu a maximální špičky napětí na únavovou životnost, jsou vybrány pouze ty S-N křivky, které mají koeficient asymetrie cyklu  $R = -1$ , tedy se symetricky střídavým cyklem. Pokud by se vybraly i křivky s jiným koeficientem asymetrie cyklu musela by se provést korekce (viz Obr. 6). V software FinLiv jsou skupiny S-N křivek označeny zkratkami dle toho o jaký materiál jde. Hliníková slitina 2024-T3 je označena jako GBA, hliníková slitina 7075-T6 jako GBB a ocel 4130 jako GBC.

Basquinova a Kohout-Věchetova aproximace S-N křivek je provedena metodou nejmenších čtverců (viz kapitola 1.1). Pro tvorbu křivek jsou užity pouze ty body S-N křivky, ve kterém se vzorek porušil únavovým lomem, v případě Kohout-Věchetovi aproximace pak byl někdy použit i bod statické pevnosti. Věrohodnost S-N křivek s klesajícím počtem bodů klesá, proto S-N křivky, které jsou složeny například pouze ze tří bodů, nelze považovat za dostatečně věrohodné. Na následujících obrázcích (Obr. 12 a Obr. 13) jsou zobrazeny Basquinovi a Kohout-Věchetovi aproximace vybraných vzorků.



**Obr. 12 - S-N křivka vzorku P41\_GBA\_101**



**Obr. 13 - S-N křivka vzorku P41\_GBC\_70**

V následující tabulce (Tab. 2) jsou vyhodnocené meze únavy hladkých vzorků u všech zkoumaných materiálů. U vzorků z hliníkových slitin se prováděli zkoušky na nevrubovaných vzorcích ve dvou laboratořích. Z výsledků obou laboratoří vyplynulo, že ve střední části S-N křivky jsou křivky podobné, kdežto v části s nižší zatěžovací amplitudou se v obou případech křivky od sebe lišily. U materiálu 2024-T3 nebyl tento jev tak výrazný jako u materiálu 7075-T6. Jelikož nebyla zjištěna příčina, proč se křivky v oblasti s nižší zatěžovací amplitudou od sebe liší, zvolila se mez únavy jako aritmetický průměr napětí při smluvním počtu cyklů z obou křivek (z obou laboratoří). Jelikož byla dostupná data pro tvorbu dvou S-N křivek i pro hladký vzorek materiálu ocel 4130, mez únavy tohoto vzorku se stanovila stejným způsobem. U oceli se obě S-N křivky od sebe lišily jen nevýrazně.

**Tab. 2 - Meze únavy hladkých vzorků**

Materiál	Smluvní počet cyklů [–]	Mez únavy hladkého vzorku [MPa]
Hliníková slitina 2024-T3	$10^6$	~163
Hliníková slitina 7075-T6	$10^6$	~168
Ocel (SAE) 4130	$10^6$	~353

Rozměry všech analyzovaných vzorků spolu s výsledky únavových zkoušek jsou pak přehledně zobrazeny v Tab. 5 kapitoly 3.3 a v příloze A.

### 3.2 MKP výpočty

Pro výpočty pomocí MKP jsou v rámci této diplomové práce užity následující software:

- MSC Patran (preprocessor, postprocessor),
- MSC Nastran (řešič).

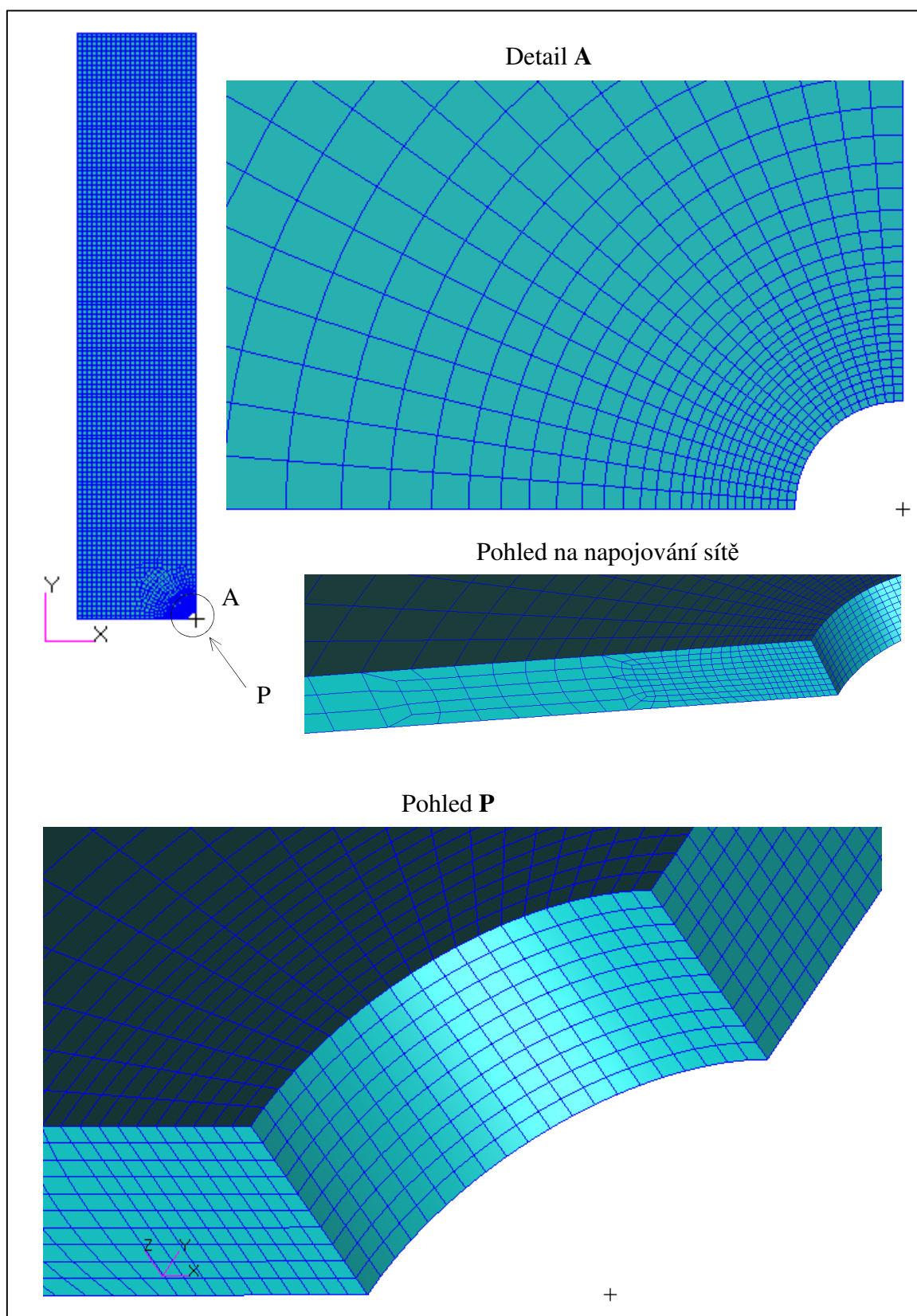
Ve firmě EVEKTOR bylo vytvořeno macro pro automatický výpočet napjatosti na součástech s vrubem v MKP software ANSYS. Macro generuje v okolí kořene vrubu dostatečně hustou síť konečných prvků (pouze „hexa“ prvky). Jsou užity výhradně 3D kvadratické prvky (s meziuzly). Počet integračních bodů v elementu je 14. Toto macro je však určeno jen pro součásti, jejichž vruby jsou malých rozměrů. Analyzované vzorky v této práci jsou ale větších rozměrů, proto se přistoupilo k vytvoření nových MKP modelů v software MSC Patran (řešič MSC Nastran). Také u těchto modelů se v okolí kořene vrubu užily pouze elementy typu „hexa“. Integračním schématem je u těchto

hexa prvků typ 2x2x2 (viz kapitola 8). Na všech vzorcích s vrubem je užita mapovaná síť.

Všeobecné zásady, které jsou užity při tvorbě sítě konečných prvků v preprocessoru MSC Patran jsou uvedeny níže:

- minimální počet elementů na čtvrtkružnici vrubu je 20 (výjimečně byl použit menší počet elementů),
- minimální počet elementů po tloušťce součásti je v okolí kořene vrubu 6,
- v oblasti kořene vrubu jsou použity pouze elementy typu „CHEXA“ s tvarem velmi blízkým krychli. Elementů typu „CHEXA“ s tvarem blížící se krychli je v oblasti kořene vrubu minimálně 10 řad.

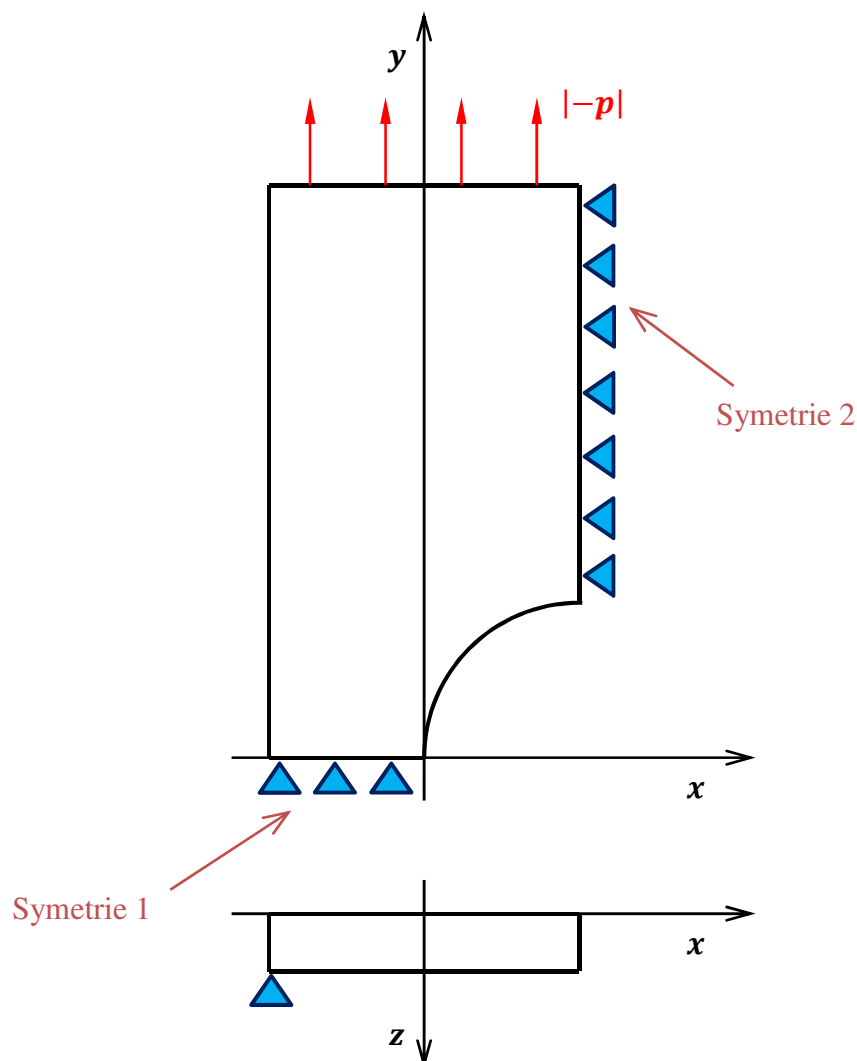
Jedna z použitých sítí je na Obr. 14 – konkrétně je zobrazena síť konečných prvků pro vzorek P44\_GBA\_144.



**Obr. 14 - Síť konečných prvků na součásti s vrubem typu kruhového otvoru**

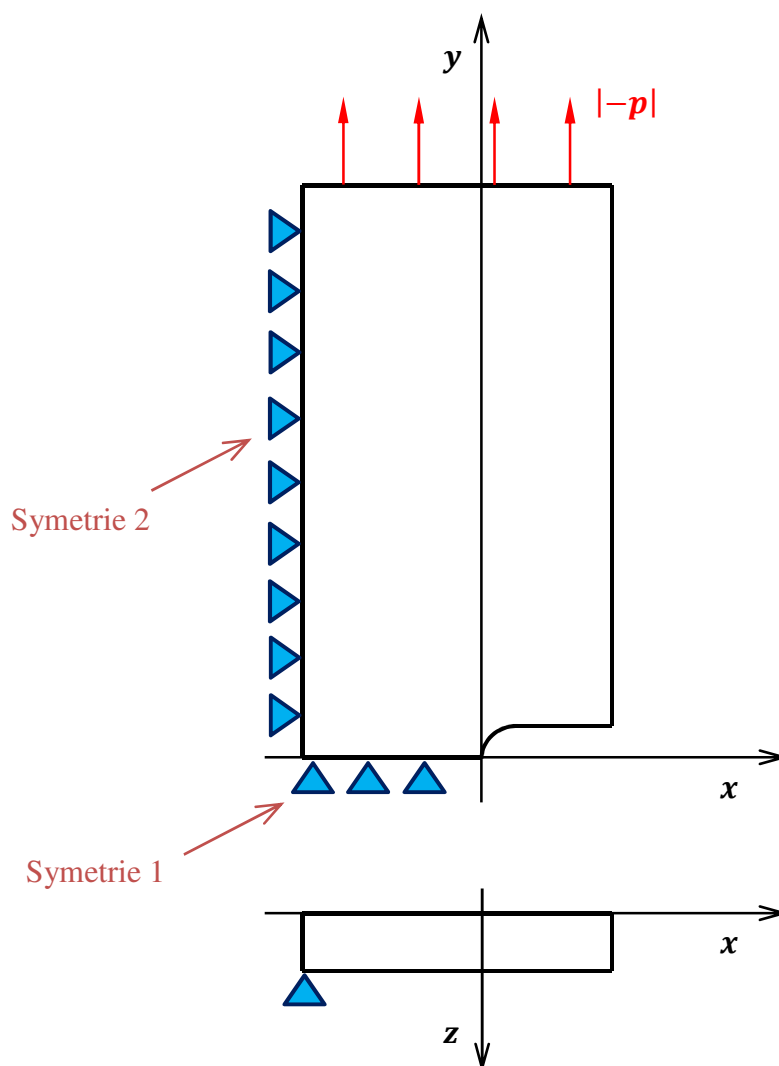
Díky vhodnému tvaru vzorků lze MKP model zjednodušit užitím dvou symetrií. Tím se výrazně zmenší potřebný výpočtový čas. Okrajové podmínky aplikované na MKP model jsou uvedeny níže.

- **Tahová síla** – Je aplikována na horní plochu horní řady elementů pomocí tlaku, který má hodnotu  $p = -1 \text{ MPa}$  (znaménko mínus je zde zavedeno kvůli opačnému smyslu zatížení).



**Obr. 15 - Okrajové podmínky na vzorku s vrubem typu kruhového otvoru**

- **Symetrie 1** – Uzlům náležící rovině symetrie je odebrán jeden stupeň volnosti a to posuv ve směru osy  $y$ .
- **Symetrie 2** - Uzlům náležící rovině symetrie je odebrán jeden stupeň volnosti a to posuv ve směru osy  $x$ . U vzorků s vrubem kruhového otvoru (Obr. 15) prochází rovina symetrie vrubem. U vzorků s U-vrubem (Obr. 16) nebo s vrubem ve formě přechodového rádiusu rovina symetrie vrubem neprochází.
- **Posuv jediného uzlu** – Jednomu uzlu, který navíc náleží rovině symetrie, je odebrán jeden stupeň volnosti a to posuv ve směru osy  $z$ . Tato okrajová podmínka je do MKP modelu aplikována pro zaručení numerické stability.



**Obr. 16 - Okrajové podmínky na vzorku s U-vrubem**

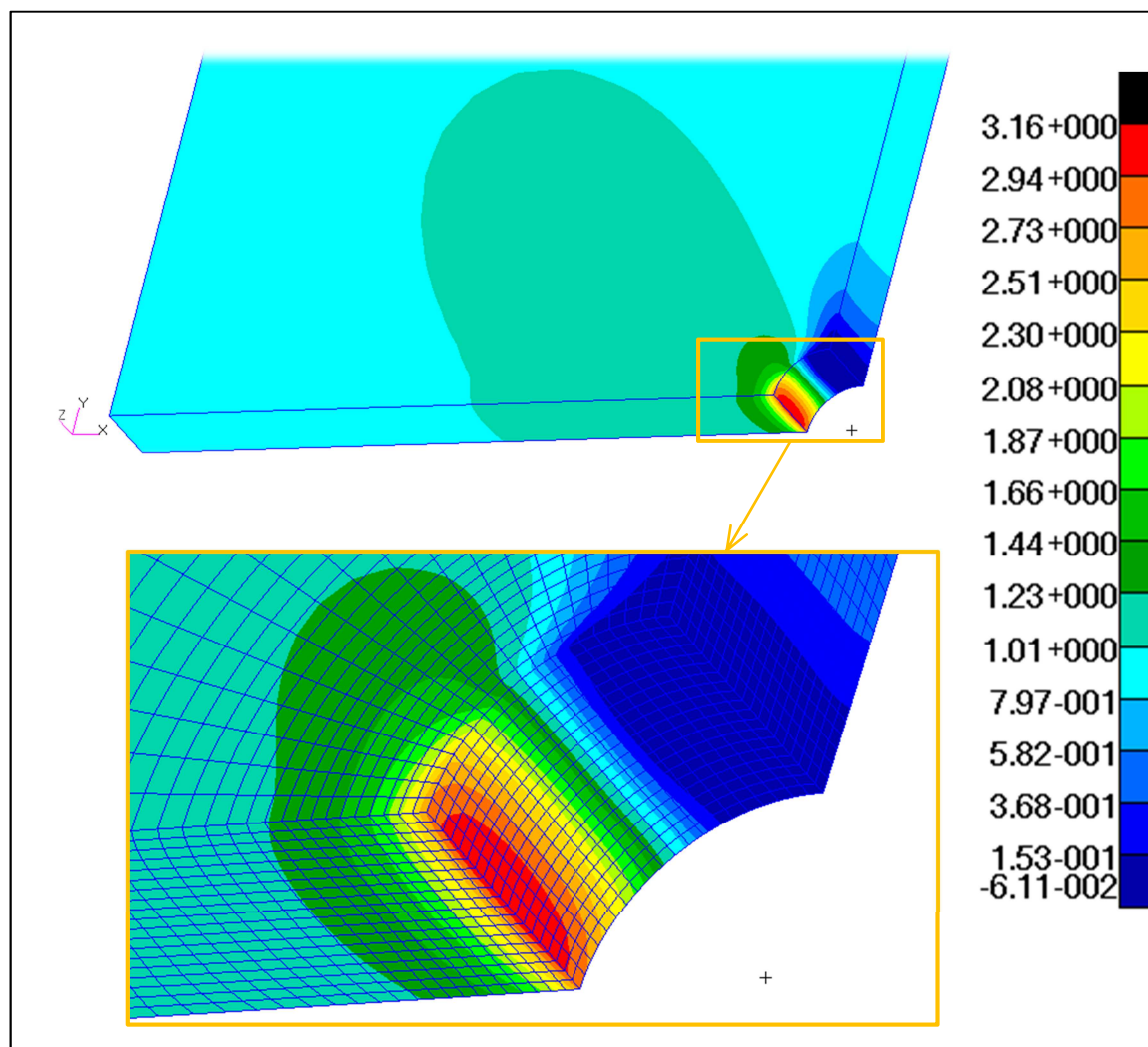
Materiálová data použité při výpočtu jsou převzaty z [6] a [14]. Hodnoty modulu pružnosti v tahu (Youngův modul) jsou převzaty z hodnot modulů elasticity pro tlak. Hodnoty Youngova modulu jsou ve zdroji uvedeny v jednotkách psi, je tedy proveden přepoččet na jednotky MPa. Použité materiálové parametry jsou v Tab. 3.

**Tab. 3 - Materiálové vlastnosti materiálů**

Materiál	Youngův modul $E$ [MPa]	Poissonovo číslo $\mu$ [–]
Hliníková slitina 2024-T3	73 429	0,33
Hliníková slitina 7075-T6	72 050	0,33
Ocel 4130	209 601	0,29

Při vyhodnocování maximální špičky napětí na vzorcích, ze kterého se mimo jiné počítal součinitel vrubu, se toto napětí hledalo z uzlových hodnot. Gradient napětí je počítán lineární interpolací – rovnice (17), taktéž z uzlových hodnot. První uzlová hodnota (maximální hodnota napětí), ze které se gradient počítá, náleží uzlu, jenž je přímo

v kořeni vrubu. Druhá uzlová hodnota se pak odečítá z uzlu, jenž je nejbližší prvnímu uzlu a navíc splňuje podmínku, že je nejbližše normále plochy vrubu vedené z uzlu kořene vrubu, v němž je maximální hodnota vyhodnocovaného napětí. Vyhodnocení napětí je provedeno podle dvou metodik. V první z metodik se vyhodnocuje první hlavní napětí, ve druhé pak ekvivalentní von Misesovo napětí. První hlavní napětí na vybraném vzorku je pak zobrazeno na Obr. 17 - konkrétně pro vzorek P44\_GBB\_250.



**Obr. 17 - Napjatost na části vybraného vzorku (první hlavní napětí)**

### **3.3 Vyhodnocení vlivu vrubu na únavovou životnost**

Při výpočtech součinitele únavy dle různých autorů jsou použity materiálové parametry uvedené v Tab. 4. Při určování materiálových parametrů  $c$  (Siebel-Stiller) je užito interpolace.



**Tab. 4 - Materiálové parametry [17], [8], [19]**

Materiál	Hliníková slitina 2024-T3	Hliníková slitina 7075-T6	Ocel 4130
<i>Siebel-Stiller</i>	---	---	---
$c$ [mm]	0,062	0,04	0,023
<i>Richtline (FKM)</i>	---	---	---
$R_m$ [MPa]	503,32	568,82	806,69
$a_G$ [—]	0,05	0,05	0,5
$b_G$ [MPa]	850	850	2700
<i>Stieler (FEMFAT)</i>	---	---	---
$R_e$ [MPa]	372,32	524,00	679,13

V následující tabulce (Tab. 5) jsou vyhodnoceny data z únavových zkoušek životnosti a výpočtů metodou konečných prvků na týchž vzorcích. Pro srovnání jsou v tabulkách taktéž uvedeny hodnoty součinitele tvaru, jak jsou predikovány dle dostupných zdrojů na webu [16] a reportů NACA [6] až [12]. V Tab. 5 však je vyhodnocena jen malá skupina vzorků, vyhodnocené data ostatních vzorků jsou v příloze A.

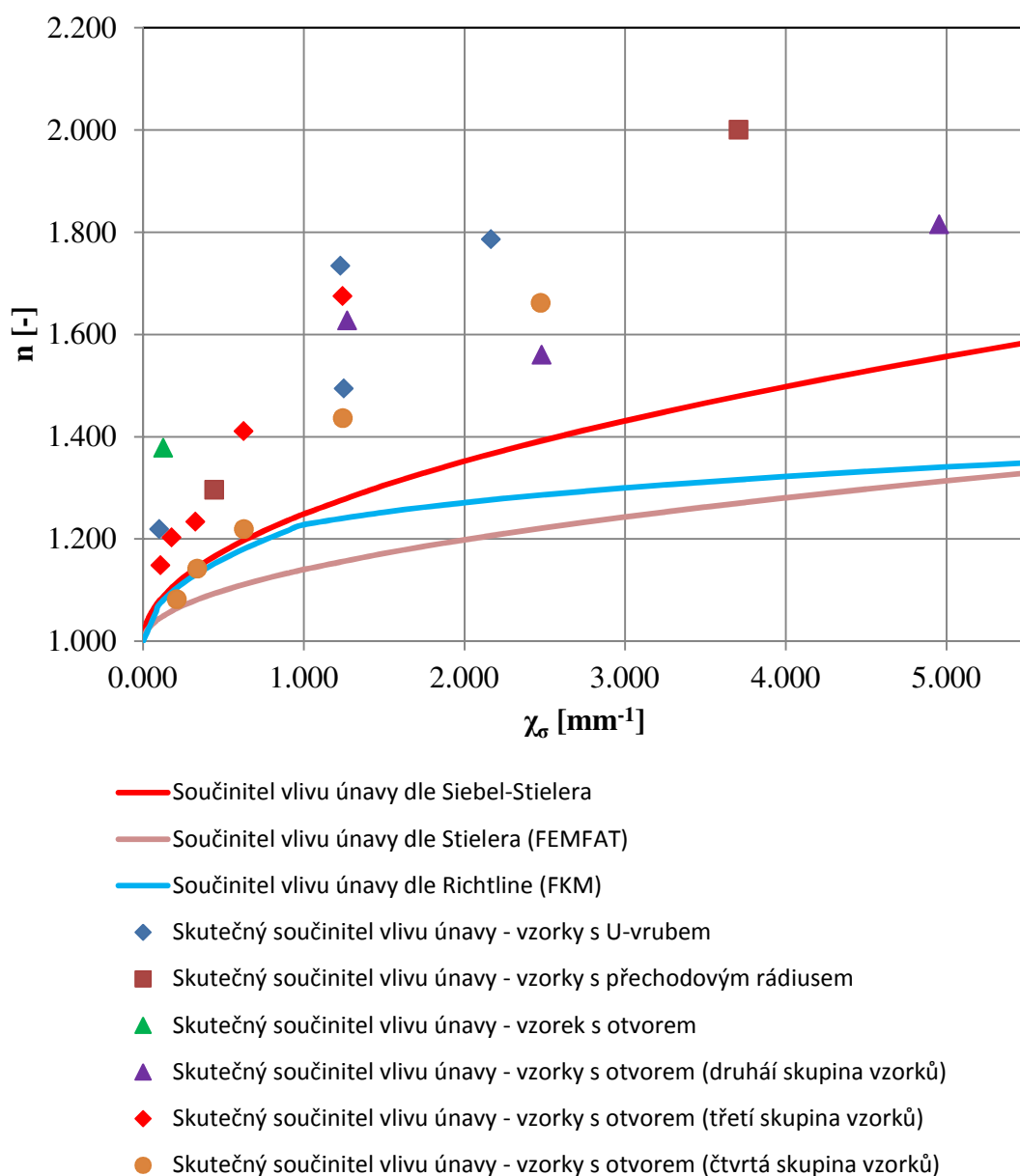
V Tab. 5 je vyhodnocen vzorek bez vrubu a vzorky s U-vrubem, které jsou z hliníkové slitiny 2024-T3.

**Tab. 5 - Vyhodnocení vzorků z hliníkové slitiny 2024-T3**

Popis vzorku		P40_GBA_180	P40_GBA_12	P41_GBA_71	P41_GBA_61	P41_GBA_101	P41_GBA_81
Typ vzorku		P40	P40	P41	P41	P41	P41
Parametry vzorku [mm]	$v_1$	25,4	25,4	57,15	57,15	57,15	76,2
	$v_2$	0	0	38,1	38,1	38,1	38,1
	$v_3$	304,8	304,8	0,79375	1,4478	1,4732	19,304
	$v_4$	475,2	475,2	0	0	0	0
	$v_5$	76,2	76,2	0	0	0	0
	$v_6$	2.3114	2.3114	393,7	431,8	444,5	387,35
	$v_7$			0	0	0	0
	$v_8$			2,286	2,286	2,286	2,286
Počet bodů S-N křivky		37	45	11	7	23	10
Frekvence zatěžování		21,67	30	21,67	21,67	---	21,67
Součinitel vrubu $K_f$		---	---	3,458	3,076	2,627	1,328
Součinitel tvaru (NACA) $K_t$		1	1	5	4	4	1,5
Součinitel tvaru (eFatigue) $K_t$		---	---	5,69	4,35	4,32	1,55
Součinitel tvaru (MKP – první hlavní napětí) $K_t$		---	---	6,18	4,60	4,56	1,62
Součinitel tvaru (MKP – ekvivalentní napětí HMM) $K_t$				5,85	4,47	4,43	1,62
Poměrný gradient napětí (první hlavní napětí) $\chi_\sigma$		---	---	2,165	1,249	1,228	0,100
Poměrný gradient napětí (ekvivalentní napětí HMM) $\chi_\sigma$				2,725	1,519	1,492	0,123
Skutečný součinitel vlivu únavy (vztaženo k prvnímu hlavnímu napětí) $n_1$		---	---	<b>1,786</b>	<b>1,494</b>	<b>1,735</b>	<b>1,219</b>
Skutečný součinitel vlivu únavy (vztaženo k ekvivalentnímu napětí HMM) $n_{HMM}$				<b>1,691</b>	<b>1,452</b>	<b>1,686</b>	<b>1,219</b>

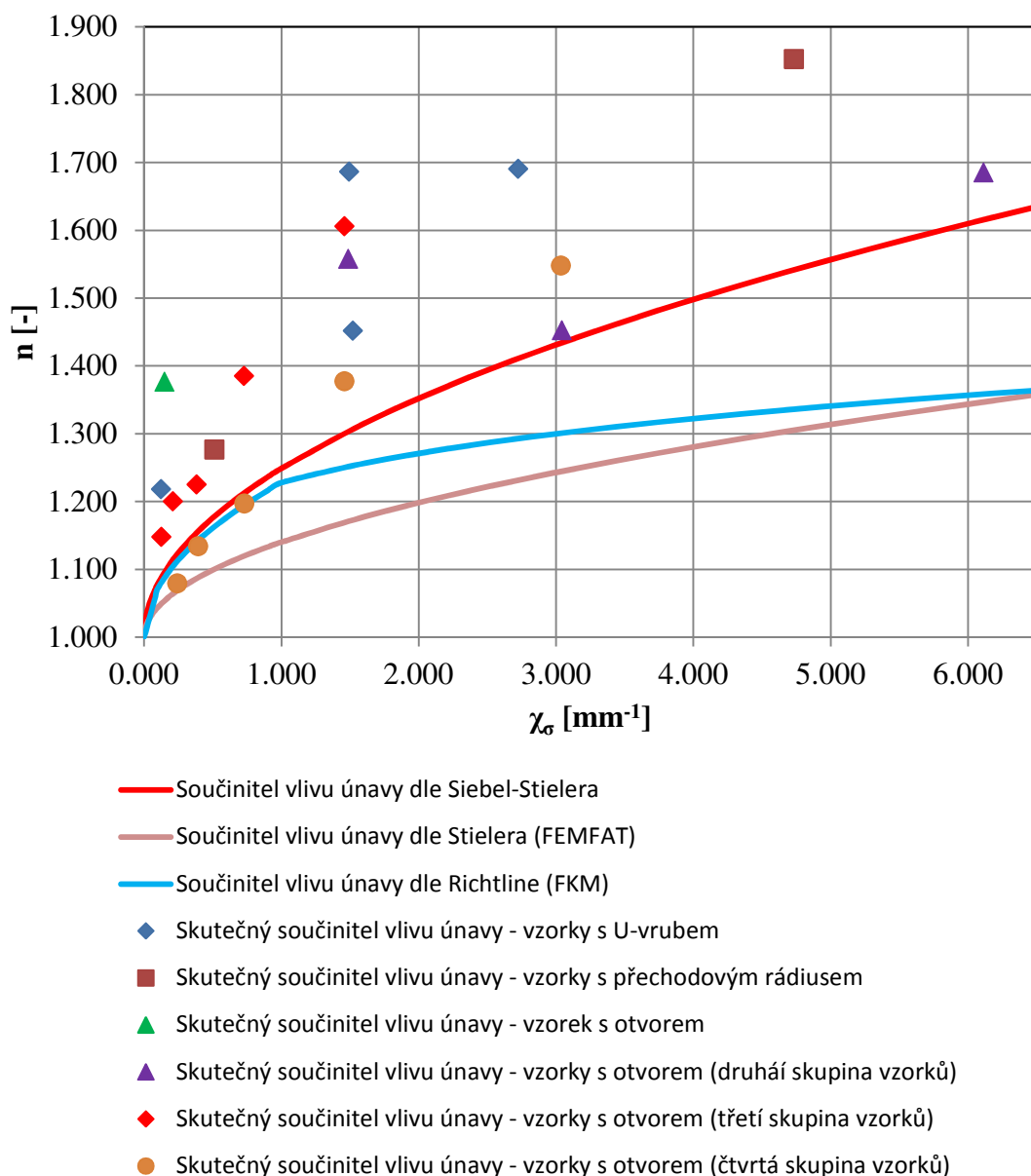
V následujících grafech a v příloze B je pro jednotlivé zkoumané materiály zobrazena závislost skutečného součinitele vlivu únavy na vypočteném poměrném gradientu napětí. Skutečný součinitel únavy je vždy vypočten jak z prvního hlavního napětí, tak z ekvivalentního napětí HMH. Do těchto grafů jsou zaneseny i závislosti součinitele vlivu únavy vypočteny dle jednotlivých autorů z poměrného gradientu napětí a materiálových charakteristik daných dostupnou literaturou.

V následujících dvou grafech je vyhodnocen součinitel vlivu únavy pro hliníkovou slitinu 2024-T3. Pro hliníkovou slitinu 7075-T6 a ocel 4130 je vyhodnocení součinitele vlivu únavy uvedeno v příloze B. Na Obr. 18 je vyhodnocení součinitele vlivu únavy pro první hlavní napětí.



**Obr. 18 - Součinitel vlivu únavy / první hlavní napětí (2024-T3)**

Na Obr. 19 je vyhodnocení součinitele vlivu únavy pro ekvivalentní napětí HMH.



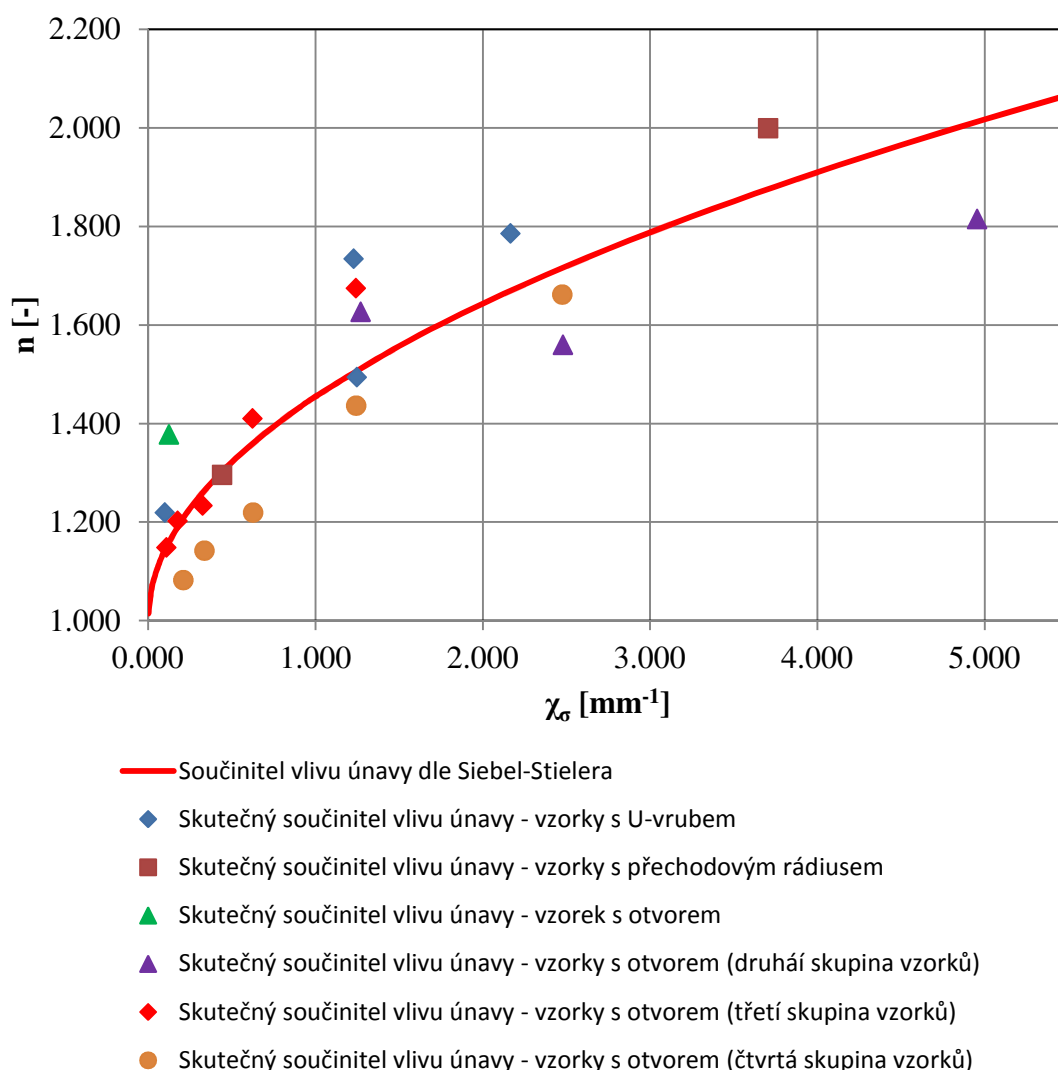
**Obr. 19 - Součinitel vlivu únavy / ekvivalentní napětí HMH (2024-T3)**

Z výše uvedených grafů (i z grafů v příloze B) lze vidět, že žádná z použitých výpočetních modelů součinitele vlivu únavy neodpovídá s použitými materiálovými parametry, daných dostupnou literaturou, experimentálními hodnotám. Proto je vybrán nejjednodušší model, Stieler-Siebellův, a u tohoto modelu je pro jednotlivé zkoumané materiály provedeno naladění materiálového parametru  $c$ . Naladění materiálového parametru  $c$  je provedeno na základě vyhodnocených experimentálních dat. Siebel-Stielerův model je vybrán proto, že je to velmi jednoduchý model. Je popsán pouze jedním materiálovým parametrem. Nalezení vhodného materiálového parametru  $c$ , který vystihuje data z experimentálních únavových zkoušek, je provedeno metodou nejmenších čtverců v software MathCad. Nijak není při ladění materiálových parametrů

brána v úvahu věrohodnost jednotlivých S-N křivek (počet bodů S-N křivek). Uvažuje se, že všechny experimentální data, mají stejnou věrohodnost.

V následujících dvou grafech a v příloze C je vykreslen průběh součinitele vlivu únavy dle Siebel-Stielera s naladěnými materiálovými parametry. V grafech jsou taky zaneseny součinitele vlivu únavy získané z experimentálních zkoušek a MKP výpočtů. Materiálové konstanty jsou naladěny jak pro stav, kdy je gradient a součinitel tvaru počítán z prvního hlavního napětí, tak pro stav, kdy je gradient a součinitel tvaru počítán z ekvivalentního napětí HMM.

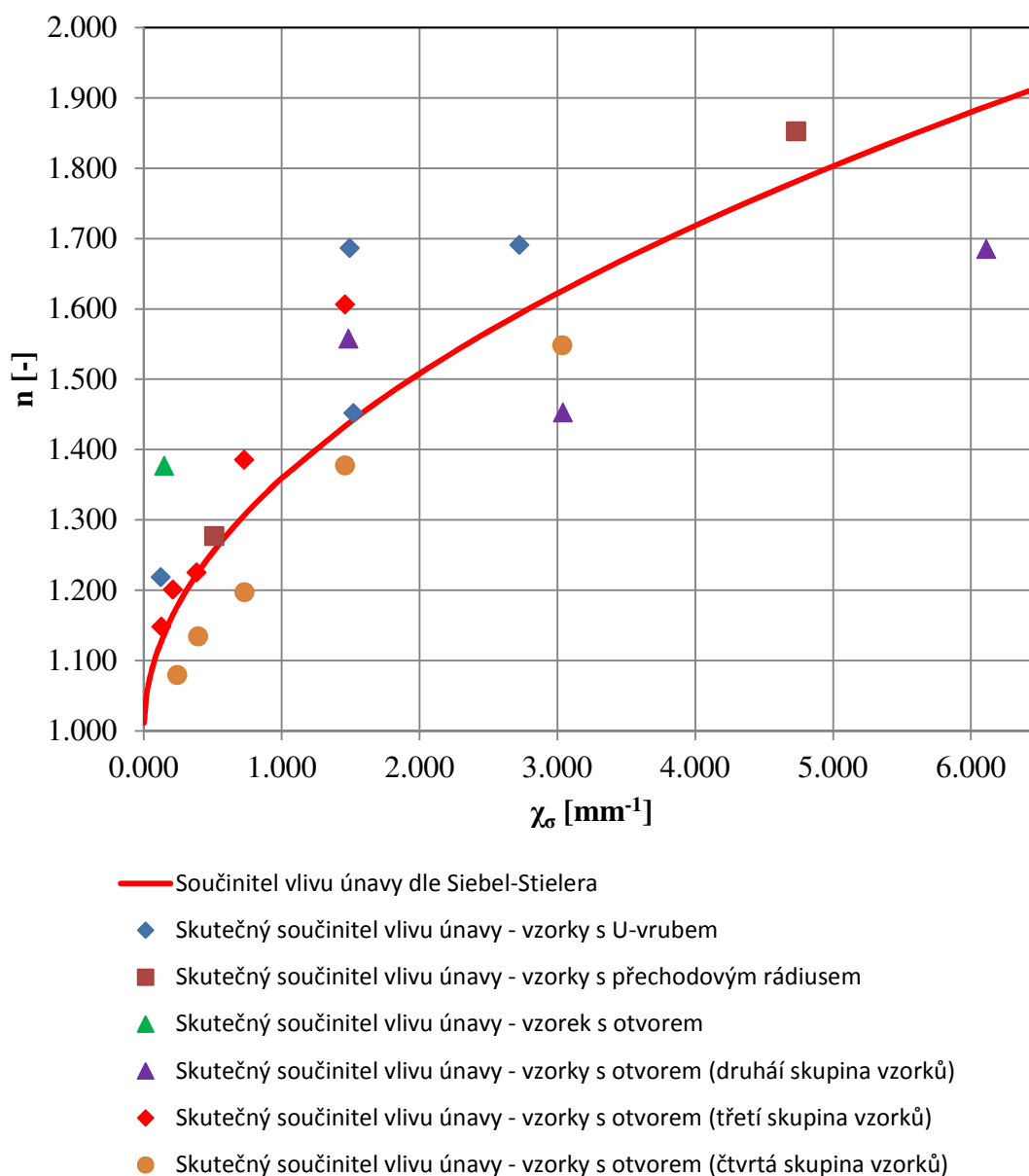
Pro hliníkovou slitinu 2024-T3 jsou grafy součinitele únavy s naladěnými parametry Siebel-Stielera vztahu uvedeny níže, v hlavní části práce. Pro hliníkovou slitinu 7075-T6 a ocel 4130 jsou grafy uvedeny v příloze C. Na Obr. 20 je vyhodnocení součinitele vlivu únavy provedeno pro první hlavní napětí.



**Obr. 20 - Naladěná materiálová konstanta materiálu 2024-T3 / první hlavní napětí**

Odladěná materiálová konstanta  $c$  Siebel-Stieleroва vztahu je pro hliníkovou slitinu 2024-T3 rovna hodnotě 0,207. Tato konstanta je odvozena pro případ, kdy je gradient napětí a součinitel vrubu vypočten z prvního hlavního napětí. Čtverec koeficientu mnohonásobné korelace je pro výše uvedenou aproximaci roven  $R^2 = 0,774$ .

Na Obr. 21 je vyhodnocení součinitele vlivu únavy provedeno pro ekvivalentní (HMH) napětí.



**Obr. 21 - Naladěná materiálová konstanta materiálu 2024-T3 / ekviv. napětí HMH**

Odladěná materiálová konstanta  $c$  Siebel-Stieleroва vztahu je pro hliníkovou slitinu 2024-T3 rovna hodnotě 0,129. Tato konstanta je odvozena pro případ, kdy je gradient napětí a součinitel vrubu vypočten z ekvivalentního napětí HMH. Čtverec koeficientu mnohonásobné korelace je pro výše uvedenou aproximaci roven  $R^2 = 0,678$ .

Na základě výsledků analýzy součinitele vlivu únavy (Obr. 20, Obr. 21 a příloha C) se dospělo k závěru, že životnost všech tří zkoumaných materiálů je senzitivní ke gradientu napětí. Zkoumané materiály lze považovat dokonce za vysoce senzitivní a to z důvodu, že nalažené materiálové parametry  $c$  Siebel-Stielerova vztahu dosahují u všech zkoumaných materiálů vyšších hodnot, než uvádí literatura u ostatních kovových materiálů. Jelikož se na základě experimentálních únavových zkoušek dospělo k závěru, že jsou materiály ke gradientu napětí senzitivní, je výhodné tento gradient v praxi správně určit a do výpočtu ho uvažovat.

V následující tabulce (Tab. 6) jsou shrnuty výsledky analýzy součinitele vrubu, konkrétně nalažené materiálové parametry Siebel-Stielerova vztahu.

**Tab. 6 - Nalažené materiálových parametrů Siebel-Stielerova vztahu**

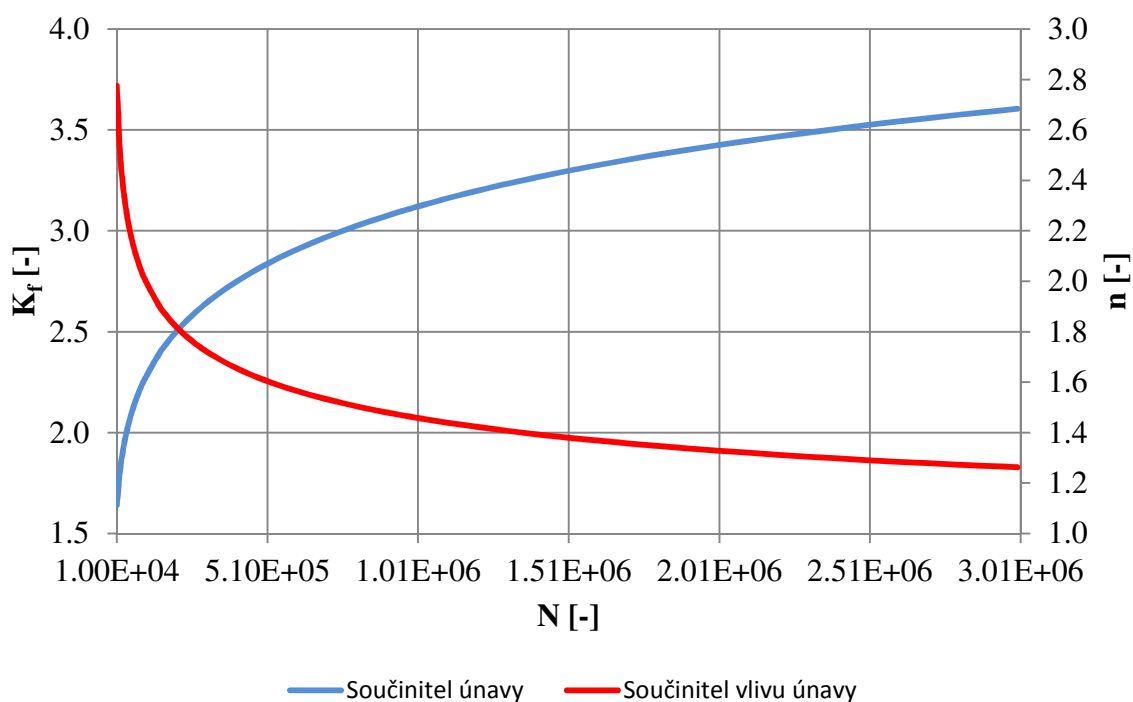
Materiál	Napětí, ze kterého je počítán součinitel tvaru a poměrný gradient	Materiálový parametr Siebel-Stielerova vztahu $c$ [mm]	Čtverec koeficientu mnohonásobné korelace $R^2$
Hliníková slitina 2024-T3	První hlavní	0,207	0,774
Hliníková slitina 2024-T3	Ekvivalentní HMH	0,129	0,678
Hliníková slitina 7075-T6	První hlavní	0,204	0,554
Hliníková slitina 7075-T6	Ekvivalentní HMH	0,129	0,418
Ocel 4130	První hlavní	0,213	0,896
Ocel 4130	Ekvivalentní HMH	0,140	0,871

Čtverec mnohonásobné korelace  $R^2$  popisuje, jak dobře aproximační funkce vystihuje aproximovaná data. Pokud se hodnota  $R^2$  blíží jedné, aproximační funkce vystihuje aproximovaná data dobře. Pokud se hodnota  $R^2$  blíží nule je tomu naopak.

Pokud se součinitel tvaru a poměrný gradient napětí určuje z prvního hlavního napětí, je čtverec mnohonásobné korelace  $R^2$  vyšší, než když se součinitel tvaru a poměrný gradient napětí určuje z ekvivalentního napětí HMH (viz Tab. 6). Jestliže je tedy užít k predikci životnosti součástí Siebel-Stielerův vztah pro výpočet součinitele vlivu únavy, jeví se jako vhodnější vyhodnocovat maximální špičku i gradient z prvního hlavního

napětí. Toto doporučení se však týká pouze takového vrubu, ve kterém je obdobná napjatost jako ve zkoušených vzorcích.

Je nutno si ale uvědomit, že naladěné materiálové konstanty Siebel-Stielera vztahu, platí pouze pro hodnoty  $10^6$  cyklu – tedy pro smluvní mez únavy. Součinitel únavy  $K_f$  je totiž ve skutečnosti funkcí počtu cyklů  $K_f = K_f(N)$ . Součinitel tvaru  $K_t$  je konstantou – není závislý na počtu cyklů. Z rovnice (29) je pak zřejmé, že taky součinitel únavy  $n$  musí být funkcí počtu cyklů  $n = n(N)$ . Jelikož se dle Siebel-Stielera právě hodnota součinitele vlivu únavy počítá, musí být minimálně jeden člen jeho rovnice (32) funkcí počtu cyklů. Poměrný gradient funkcí počtu cyklů být nemůže, zbývá tedy, že funkcí počtu cyklů je materiálový parametr  $c = c(N)$ . Na následujícím obrázku (Obr. 22) je na součásti s vrubem ukázáno jak součinitel únavy a součinitel vlivu únavy závisí na počtu cyklů. Je vybrána součást s U-vrubem z oceli 4130 (P41\_GBC\_50). Jelikož u tohoto materiálu byly na základě experimentů vytvořeny dvě S-N křivky vzorku bez vrubu, je pro odvození součinitele únavy brána jako referenční zprůměrovaná S-N křivka z těchto dvou křivek.



**Obr. 22 - Závislost součinitele únavy a součinitele vlivu únavy na počtu cyklů**



Při určování omezené životnosti součásti lze v praxi použít několik přístupů jak určit součinitel únavy jako funkci počtu cyklů. Například Heywood navrhl pro součinitel vlivu únavy závislý na počtu cyklů následující vztah:

$$K_{f_N}(N) = 1 + (K_f - 1) \cdot \mu(N) \quad (39)$$

kde  $\mu(N)$  se určí ze vztahu:

$$\mu(N) = \frac{(\log N)^4}{B + (\log N)^4} \quad (40)$$

Hodnota  $B$  v rovnici (40) se určí z experimentálních zkoušek. Na základě tohoto přístupu lze vytvořit i tzv. rodinu syntetických křivek, což jsou křivky, ze kterých lze pro danou hladinu zatížení, součinitel tvaru a poměrný gradient odečíst životnost součásti. [20]

Další přístup jak vyjádřit součinitel vlivu únavy jako funkci počtu cyklů, je využít znalosti součinitele únavy a součinitele tvaru. Pokud je známý matematický popis součinitele únavy (funkce počtu cyklů), lze určit i průběh součinitele vlivu únavy. Součinitel tvaru totiž není funkcí počtu cyklů. Ve výpočtech se někdy uvažuje, že součinitel únavy  $K_f(N)$  v logaritmických souřadnicích roste s počtem cyklů lineárně. Pro určení konstant funkce součinitele vlivu únavy stačí znát součinitel vlivu únavy ve dvou bodech. Při zatížení součásti jedním cyklem (nebo počtem cyklů, kdy amplituda odpovídá mezi pevnosti) se hodnota součinitele únavy rovná součiniteli tvaru. Při zatížení smluvním počtem cyklů na mezi únavy se pak hodnota součinitele vlivu únavy rovná hodnotě  $n$  daná výpočtem, např. dle Siebel-Stielerova vztahu.

Na následujícím příkladu je ukázáno srovnání výpočtu napětí, při kterém se součást s vrubem poruší únavovým lomem, s experimentem provedeným v NACA a to při stejném počtu cyklů  $10^6$ . Při výpočtu je užit již naladěný materiálový parametr  $c$  Siebel-Stielerova vztahu. Ověření výpočtu je provedeno na součásti s vrubem kruhového otvoru z hliníkové slitiny 2024-T3 (P44\_GBA\_148).

Amplituda napětí hladkého vzorku, při které dojde k únavovému lomu, je dle (Tab. 2)  $\sigma_c^x = 163 \text{ MPa}$ . Součinitel tvaru a poměrný gradient napětí jsou dle (Tab. 19) rovny,  $K_t = 2,44$  a  $\chi_\sigma = 0,177$ . Materiálový parametr Siebel-Stielerova vztahu je dle (Tab. 6)  $c = 0,207$ .

Součinitel vlivu únavy je vypočten dle rovnice (32). Hodnoty součinitele vrubu a poměrného gradientu jsou vypočteny z prvního hlavního napětí.

$$n = 1 + \sqrt{c \cdot \chi_\sigma} = 1 + \sqrt{0,207 \cdot 0,177} \cong 1,191 \quad (41)$$

Hodnota součinitele únavy je odvozena z rovnice (29).

$$K_f = \frac{K_t}{n} = \frac{2,44}{1,191} \cong 2,048 \quad (42)$$

Amplituda napětí, při kterém dojde k únavovému lomu, je odvozena z rovnice (38).

$$\sigma_{c,v} = \frac{\sigma_c^\times}{K_f} = \frac{163}{2,048} \cong 79,6 \text{ MPa} \quad (43)$$

Amplituda napětí, při kterém dojde k únavovému lomu, a která je odvozená z Kohout-Věchetovi aproximace S-N křivky stejného vrubu (z experimentů v NACA), je 77,3 MPa. Chyba výpočtu oproti experimentu je 3 %, což lze považovat za přijatelné.

#### 4 Výskyt únavových trhlin na letounech

Na letoun při jeho technickém životě působí různá zatížení. Obecně se tyto zatížení dělí na statické, kvazistatické, proměnlivé a ojedinělé. Únavové trhliny na letounu mohou vznikat pouze při proměnlivého zatížení, tedy při zatížení měnící se v čase. Zatížení způsobující únavovou poruchu na letounu lze dále dělit dle [20] na zatížení způsobující nízkocyklovou únavu a na zatížení způsobující vysokocyklovou únavu.

V počátcích leteckého průmyslu se navrhování leteckých konstrukcí na únavu řešilo zvýšenými bezpečnostními koeficienty. Teprve poté co nastalo několik havárií letounů, jejichž příčina byla únava materiálu (Wellington - 1944, Viking - 1951, Comet - 1954), se letečtí inženýři začali únavou materiálu podrobně zabývat. S nastupujícími trendy dnešní doby, lze očekávat čím dál více únavových poruch letounů. Důvody proč podíl únavových poruch může narůstat, je hned několik:

- zvyšování provozních rychlostí,
- nasazování vysokopevnostních materiálů,
- létání za každého počasí.

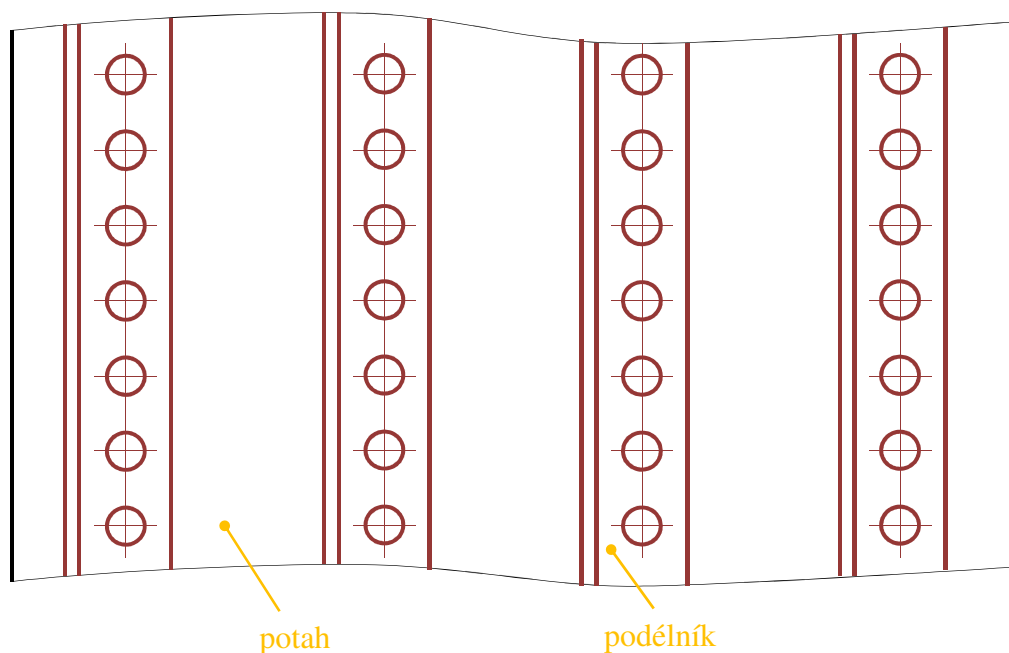
Obecně se na letounu trhliny mohou objevovat v těchto částech:

- nýtové spoje – potah s nosnou konstrukcí,
- nýtové spoje – potah s podélníkem,

- v potahu kde se nacházejí ostré vruby (otvory pro víčka, výřezy),
- odlehčovací otvory ve stojině ve spojení s otvorem pro páky řízení,
- závěsy křídel,
- aj.

#### 4.1 Šíření trhlin ve spoji potahu s podélníkem

Ve spoji potahu a podélníku může být kritickým místem zahlbubený otvor v potahu nebo válcový otvor v podélníku. Vzniká zde lokální maximum napětí, koncentrace napětí. Podélníky potažmo i otvory pro nýty v potahu jsou na křídle uspořádány v řadě (Obr. 23).

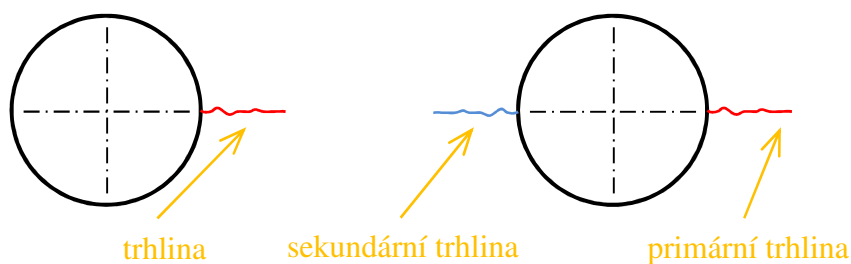


Obr. 23 - Část regulární zóny dolního panelu křídla

Únavové trhliny se tedy iniciují na otvorech pro nýty v panelu. Iniciace trhliny při tahovém namáhání může být jednostranná (single) nebo oboustranná (double). Při oboustranné trhlíně většinou nejprve vzniká trhlina jednostranná - primární a až poté se začne šířit i trhlina v opačném směru - sekundární (Obr. 24).

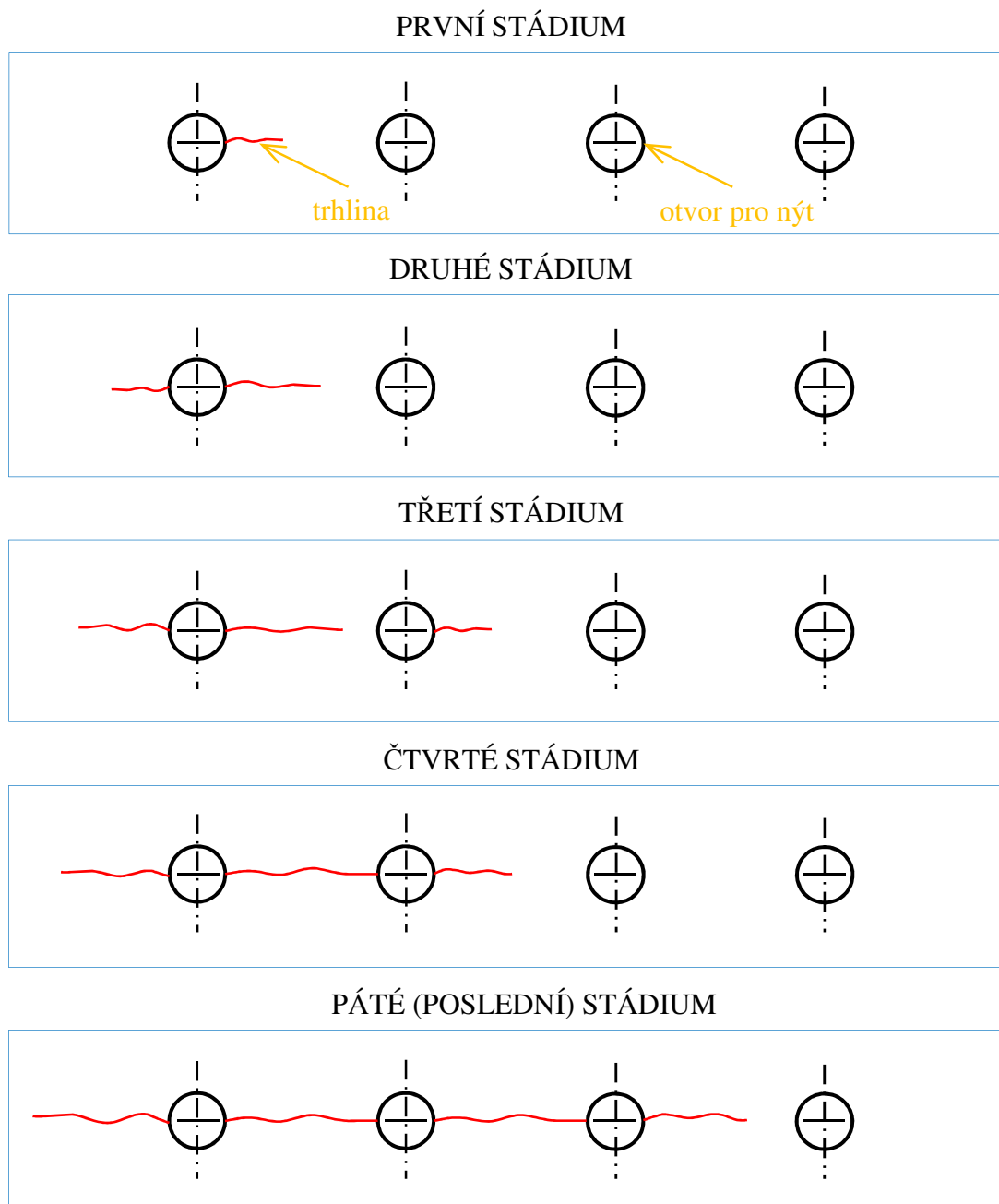
JEDNOSTRANNÁ (SINGLE)

OBOUSTRANNÁ (DOUBLE)



Obr. 24 - Šíření únavové trhliny

Spojením několika únavových trhlin vzniká magistrální trhlina, která oslabí nosný průřez natolik, že dojde ke statickému lomu celého panelu křídla. Magistrální trhlina může na panelu vznikat několika módy. Jeden z módů, kdy vzniká magistrální trhlina a vzápětí lom na panelu se čtyřmi podélníky (čtyři řady otvorů pro nýty), je na Obr. 25.



**Obr. 25 - Vznik magistrální trhliny**

PRVNÍ STÁDIUM	Iniciace a růst primární trhliny na prvním otvoru.
DRUHÉ STÁDIUM	Iniciace a růst trhliny sekundární trhliny na prvním otvoru. Pokračování růstu primární trhliny na prvním otvoru.

TŘETÍ STÁDIUM	Iniciace a růst primární trhliny na druhém otvoru. Pokračování růstu primární a sekundární trhliny na prvním otvoru.
ČTVRTÉ STÁDIUM	Propojení prvního a druhého otvoru trhlinou. Pokračování růstu sekundární trhliny na prvním otvoru a primární trhliny na druhém otvoru.
PÁTÉ STÁDIUM	Propojení druhého a třetího otvoru trhlinou. Růst trhliny zakončený statickým lomem.

Při experimentálním zkoušení panelu, je nutné jednotlivé stádia růstu trhliny velmi pečlivě sledovat a vyhodnocovat. Při navrhování konstrukce na *Damage Tolerance* se provádí zkoušky zbytkové pevnosti. Protože je tato zkouška zařazena do cyklu růstu trhliny, kdy trhlina dosáhne svojí kritické délky, je nutné tuto kritickou délku předem stanovit.

## 5 Letoun EV-55 OUTBACK

EV-55 Outback je dvoumotorový, turbovrtulový letoun, který umožňuje přepravu až čtrnácti osob. Letoun je možno taktéž přestavit na nákladní, kombi nebo jiné verze. Jedná se tedy o velmi univerzální letoun. Jeho robustní podvozek pak umožňuje vzlet a přistání i na nezpevněných površích. Vyznačuje se taktéž nenáročnou údržbou. Letoun je osazen dvěma turbovrtulovými motory PT6A-21 od výrobce Pratt & Whitney. Křídla má letoun upevněny v horní části trupu, jedná se tedy o hornoplošník.

Vybrané technické specifikace letounu jsou uvedeny níže:

- rozpětí křídel 16,10 m,
- délka letounu 14,35 m,
- výška letounu 4,66 m,
- maximální vzletová hmotnost 4 600 kg,
- hmotnost prázdného letounu (cestovní verze) 2 658 kg,
- maximální rychlost při vodorovném letu (výška 10 000 ft) 407 km/h.



**Obr. 26 - Letoun EV-55 Outback**

Za vývojem a výrobou letounu EV-55 Outback stojí firma Evektor spol. s r.o. Součástí portfolia firmy je mimo vývoj a výroby letadel taky účast na vývoji v automobilovém a strojírenském průmyslu. Evektor je jednou z předních vývojových společností v České republice, která se zabývá letectvím. Firma již vyvinula několik letounů, například VUT100 Cobra nebo letoun poháněný elektrickým motorem SportStar EPOS+. Evektor se také účastnil několika mezinárodních projektů, jako jsou např. Clean Sky 2, CESAR – Cost-Effective- Small Aircraft nebo IMPERJA – Improving the Fatigue Performance of Riveted Joints in Airframes.

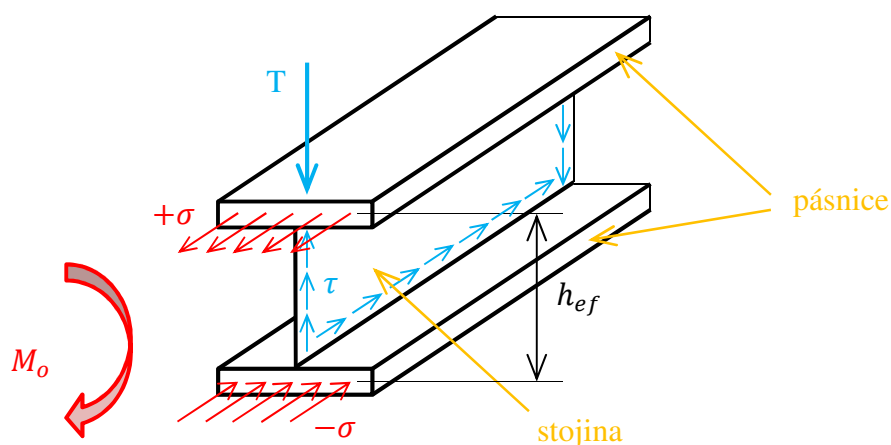
## **6 Rozbor analyzovaného uzlu konstrukce**

Z kapitoly 4 je zřejmé, že jednou z nejčastějších příčin únavového lomu na letounu jsou nýtové spoje. Tento typ spojování se na letounu vyskytuje jednoznačně nejčastěji. Spojují se jím například žebra s potahem, žebra s nosníkem (stojinou) nebo potah s podélníkem. Mnoho z těchto spojení se vyskytuje na křídle letounu, proto je analyzovaný uzel vybrán právě z této části letounu.

### **6.1 Nosná soustava letounu**

Křídla neboli nosná soustava, jsou jednou z hlavních částí letounu. Vzniká na nich větší část vztlakové síly. Umístění nosných ploch na letounu existuje vícero. Podle umístění nosných ploch lze letouny rozdělit na dolnoplošníky, středoplošníky a hornoplošníky.

Mezi hlavní části křídla patří potahy, závěsy, podélné a příčné nosné prvky. Vnější (aerodynamický) tvar křídla zajišťuje potah. Skrz tento prvek se také přenáší aerodynamické zatížení na příčnou, respektive podélnou soustavu křídla. U většiny křídel je hlavním prvkem podélné soustavy hlavní nosník. Hlavní nosník se používá buď skládaný z více částí (pásnice, stojiny) nebo frézovaný monolit. Průřez nosníku bývá tvaru I. Tento nosník je charakteristický svoji tenkou svislou částí, která se nazývá stojina, a dvěma vodorovnými částmi, které se nazývají pásnice. K určení napjatosti a posouzení únosnosti se užívá teorie nosníku s tenkou stojinou. Nosník s tenkou stojinou je na Obr. 27. [26]



**Obr. 27 - Nosník s tenkou stojinou**

U teorie nosníku s tenkou stojinou se uvažuje, že pásnice přenášejí pouze normálová napětí (tahová nebo tlaková). Naopak stojina pak přenáší pouze smyková napětí. Síla v pásnici  $F$  se pak vypočte ze vztahu (44).

$$F = \frac{M_o}{h_{ef}} \quad (44)$$

kde

$M_o$  ohybový moment,

$h_{ef}$  efektivní výška.

Efektivní výška je nazývána vzdálenost mezi těžišti jednotlivých pásnic. Napětí v pásnici  $\sigma_p$  se pak určí ze vztahu (45).

$$\sigma_p = \pm \frac{F}{S} \quad (45)$$

kde

$S$  plocha průřezu pásnice.

Smykové napětí ve stojině  $\tau$  se určí ze vztahu (46).

$$\tau = \frac{T}{h_{ef} \cdot t} \quad (46)$$

kde

$T$  posouvající síla,

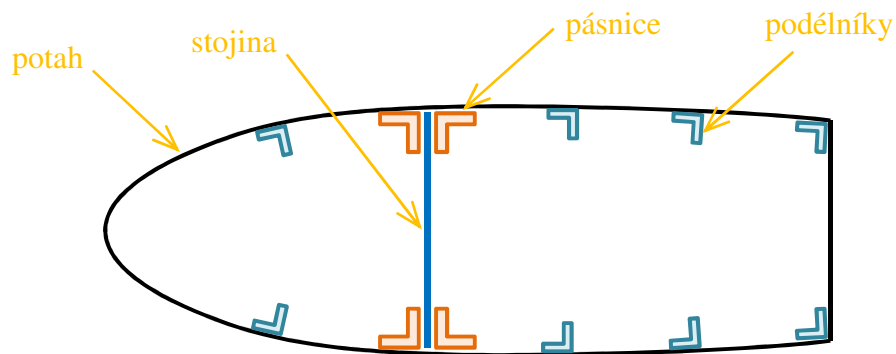
$t$  tloušťka stojiny. [26]

Dalším členem podélné soustavy jsou podélníky nebo taky podélné výztuhy. Ohýbané plechy se označují jako podélné výztuhy, válcované nebo lisované profily pak jako podélníky. Podélné výztuhy se do nosné soustavy vkládají z důvodů zvýšení stability potahu. Mimo zvýšení stability nosníku plní i další funkci, se spolunosnou šířkou potahu přenášejí i normálová napětí (pomáhají tedy hlavnímu nosníku). Funkce podélníku je však odvislá i od konstrukce křídla. Dalším důležitým členem nosné (příčné) soustavy je žebro, které plní hned několik funkcí. Profil křídla v jednotlivých řezech odpovídá právě žebřům. Žebro tedy drží potah v poloze odpovídající aerodynamickému tvaru. Další funkcí žebra je, že se přes něj zavádí aerodynamické síly z potahu na podélnou soustavu. Díky žebřům, jsou na křídle vytvořena potahová pole, která stabilizují potah. Prvky, kterými je nosná soustava připevněna k trupu letounu, se nazývají závěsy. Ukotvení nosné soustavy lze dělit z hlediska statické určitosti na staticky určitá a neurčitá uložení. Dle dalšího hlediska lze křídla dělit na dělená a nedělená. Od toho je taky odvislý způsob jejich uložení do trupu. [26]

Podle toho, zda je potah nosný či nikoliv, se konstrukce křídel dělí na dvě skupiny. První z nich je s potahem nenosným. Tento potah nedokáže přenést smyková zatížení. Druhou skupinou pak jsou konstrukce s nosným potahem. Ty lze dále dělit dle [26] na nosníkové konstrukce, nosníkové poloskořepiny, poloskořepiny a skořepiny. Tato diplomová práce je zaměřena pouze na nosníkové poloskořepiny.

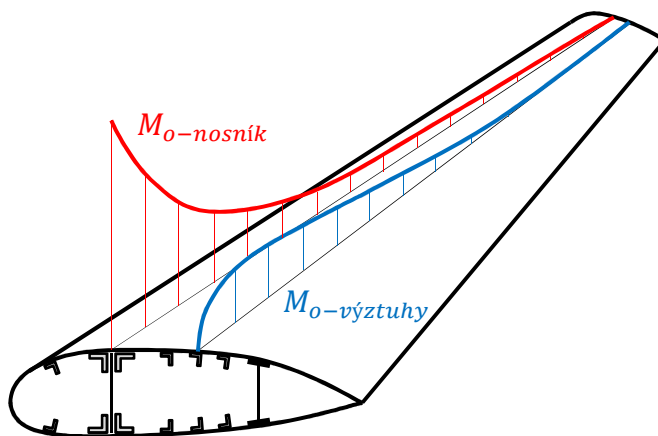
Podélnou soustavu nosníkových poloskořepin tvoří hlavní, většinou i pomocný nosník a skupina podélníků. Řez křídlem nosníkové poloskořepiny je na Obr. 28.





**Obr. 28 - Řez křídla / nosníková poloskořepina**

Podélníky spolu se spolunosnou šířkou potahu napomáhají nosníkům přenášet normálová (tahová/tlaková) napětí. Je nutno podotknout, že pomocný nosník nepřenáší ohybové napětí do trupu a to z důvodu jeho uložení (přenáší pouze posouvající sílu). Podobně je tomu u podélníků. Ohybový moment se do trupu z podélníků zavádí jen v případě, že jsou dělené a k trupu jsou připojeny přírubovým spojem. Jestliže je křídlo dělené a podélníky nejsou k trupu připojeny přírubovým spojem, nepřenášejí podélníky do trupu normálové síly, od ohybu křídla. Rozložení ohybového momentu, který přenáší nosníky, a ohybového momentu, jež přebírají spodní, horní podélníky (výztuhy) a potah u děleného křídla bez přírubového připojení podélníků, jsou na Obr. 29.



**Obr. 29 - Průběh ohybového momentu na křídle**

U křídla bez přírubového připojení podélníků klesá přenášené normálové napětí podélníku v kořeni křídla na nulu.

Na křídlo při letu působí tato zatížení:

- aerodynamická,
- setrvačná,
- osamělá (např. od podvozků).

Dominantní jsou aerodynamická zatížení, od nichž jsou křídla deformována (ohýbána) směrem nahoru. Setrvačné účinky při vodorovném letu křídlo odlehčují – působí na křídlo opačným ohybovým momentem než aerodynamické zatížení. Výsledné zatížení způsobuje na křídle takový ohybový moment (v podélném směru), že spodní pásnice i výztuhy jsou namáhány tahem a horní pásnice i výztuhy jsou namáhány tlakem. Z hlediska únavy jsou tedy kritičtější nýtové spoje na spodní straně křídla. [26], [27]

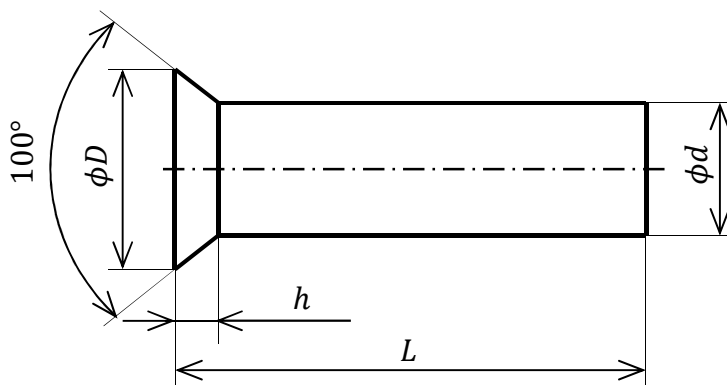
Nejčastější způsob spojování potahu a podélníku je stále nýtování. Tento způsob spojování je užíván i u zadavatele této diplomové práce. Proto se práce dále zabývá tímto způsobem spojování.

## 6.2 Nýtové připojení podélníků k potahu

Nýtové spoje se řadí mezi nerozebíratelná spojení. Nelze je tedy rozebrat bez porušení spojovaných součástí nebo samotného spojovacího elementu – nýtu. Nýty lze dělit podle různých hledisek, například podle tvaru hlavy nýtu je lze dělit na:

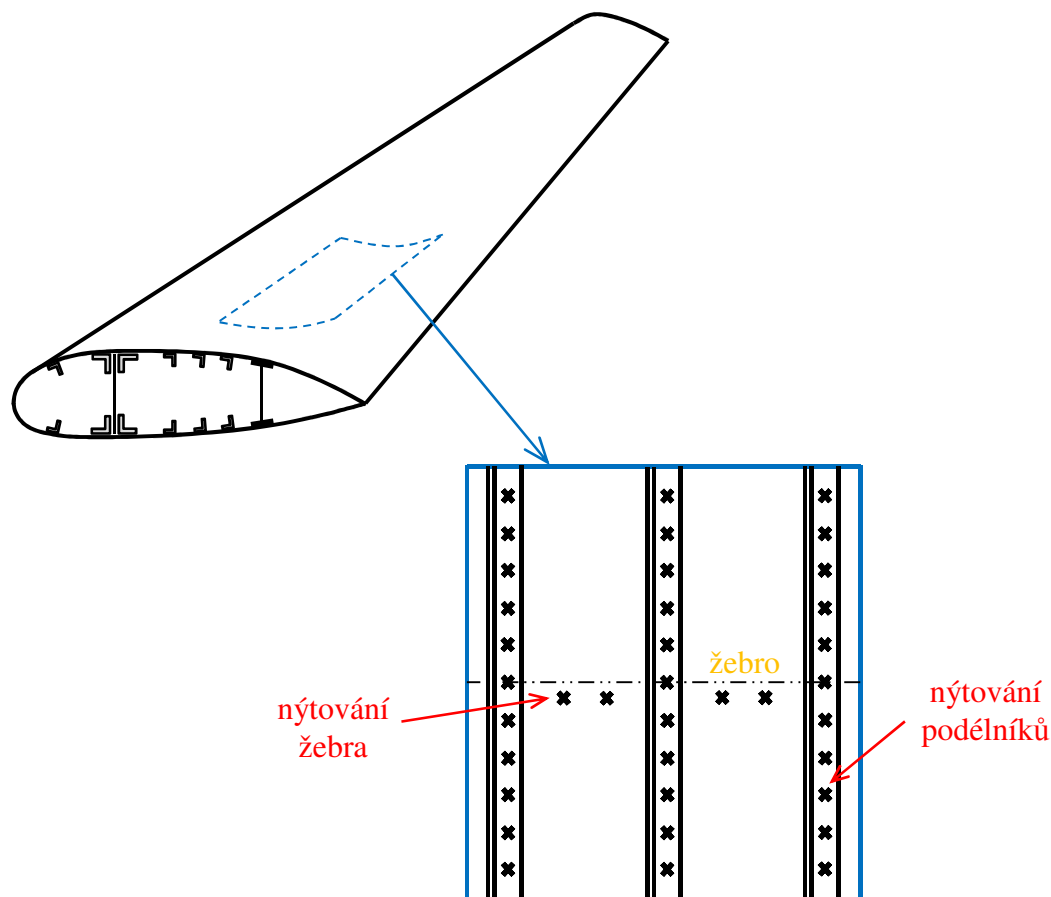
- nýty s čokkovou hlavou,
- nýty s půlkulatou hlavou,
- nýty se záпустnou hlavou,
- aj.

Právě nýt se záпустnou hlavou (Obr. 30) se používá ke spojování podélníků a žeber s potahem na křídle. Tento typ nýtu se používá z důvodu, že zapuštěním hlavy nýtu do potahu, křídlo zůstává aerodynamicky „čisté“.



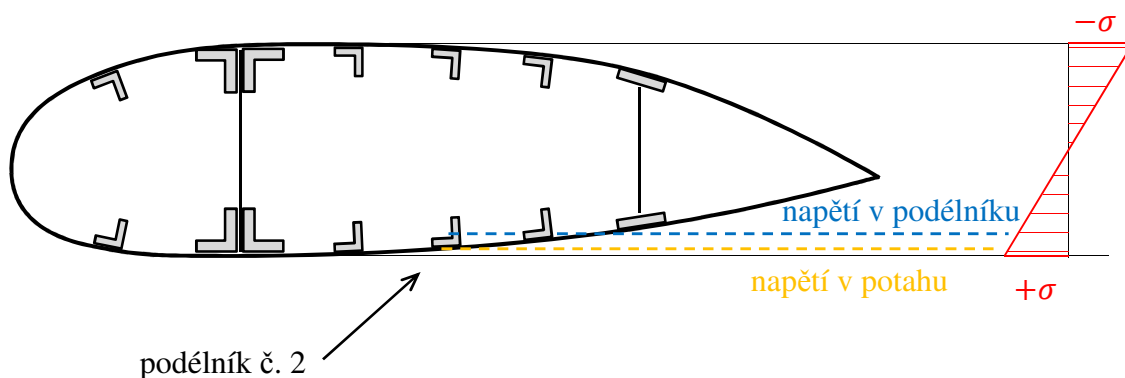
Obr. 30 - Nýt se záпустnou hlavou

Část křídla mezi nosníky, kde jsou přinýtovány podélníky k potahu, se nazývá panel (Obr. 31). Zde se nacházejí nýtové spoje, které jsou v této práci diskutovány. Na křídle jsou dva panely, horní a dolní (horní a dolní strana křídla). Jak vyplývá z kapitoly 6.1, je z únavového hlediska kritičtější dolní panel.



**Obr. 31 – Detail dolního panelu křídla**

Napětí po profilu křídla při vodorovném letu, kdy na křídlo působí dominantně aerodynamické síly, je na Obr. 32.



**Obr. 32 - Napětí od ohybu na potahu a podélníku dolní strany křídla**

Z Obr. 32 je patrné, že napětí od ohybu v potahu je nepatrně vyšší než v podélníku (na spodní straně křídla). Rozdíl v napětí je však nepatrný, bývá přibližně 2 %. V podélníku i v potahu jsou tedy tahová napětí obdobná. Pro posouzení, jestli nýt přenáší mezi potahem a podélníkem zatížení, je to důležitý poznatek. Pro tahové napětí v podélníku i v potahu lze psát rovnice:

$$\sigma_{pod} = E_{pod} \cdot \varepsilon_{pod} = E_{pod} \cdot \frac{\Delta l_{pod}}{l}, \quad (47)$$

$$\sigma_{pot} = E_{pot} \cdot \varepsilon_{pot} = E_{pot} \cdot \frac{\Delta l_{pot}}{l}, \quad (48)$$

kde:

- $\sigma_{pod}$  tahové napětí v podélníku,
- $\sigma_{pot}$  tahové napětí v potahu,
- $\varepsilon_{pod}$  poměrné prodloužení v podélníku,
- $\varepsilon_{pot}$  poměrné prodloužení v potahu,
- $E_{pod}$  Youngův modul materiálu podélníku,
- $E_{pot}$  Youngův modul materiálu potahu,
- $\Delta l_{pod}$  prodloužení části podélníku vlivem tahového napětí,
- $\Delta l_{pot}$  prodloužení části potahu vlivem tahového napětí,
- $l$  počáteční délka části potahu i podélníku (vzdálenost mezi nýty).

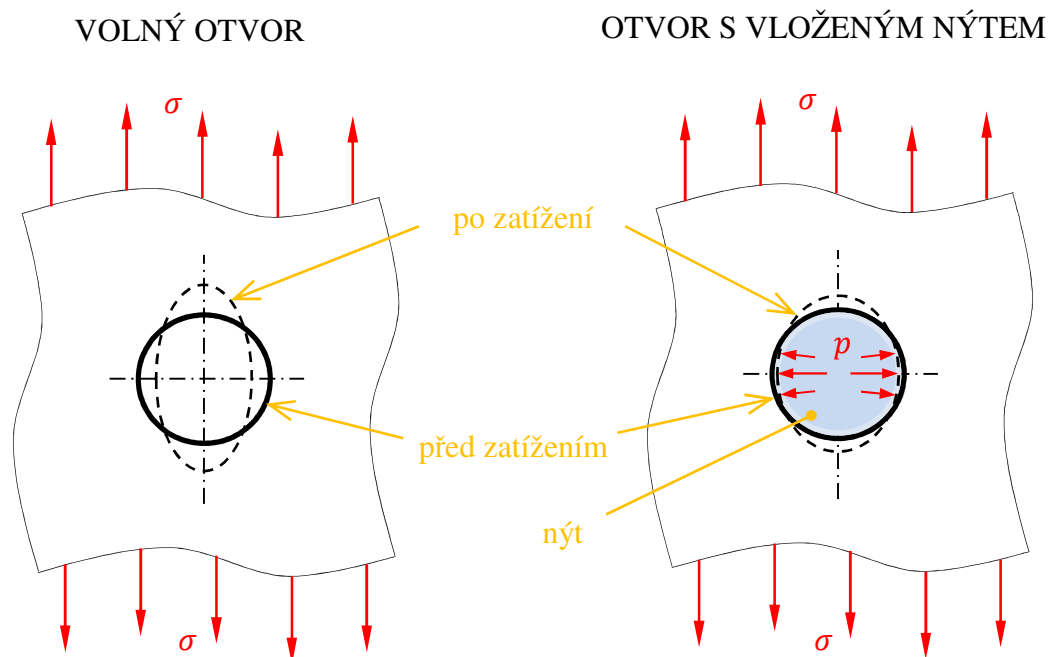
Pokud mají potah i podélník stejný Youngův modul (to je většinou zaručeno) a uvažuje se stejné tahové napětí v podélníku i v potahu, lze dále z rovnic (47) a (48) odvodit:

$$\Delta l_{pod} = \Delta l_{pot} \quad (49)$$

Rovnice (49) ukazuje, že se podélník i potah prodlouží o stejnou hodnotu, z čehož vyplývá, že v nýtu zkos nenastává, a tím ani žádné smykové napětí. Při uvažování výše uvedených zjednodušení tedy lze říci, že nýt nepřenáší mezi potahem a podélníkem žádnou sílu ve směru hlavního zatížení. Ve skutečnosti nýt přenáší mezi podélníkem a potahem sílu, ta je však zanedbatelná. Z toho plyne důležitý závěr, a to ten, že nýt by z hlediska přenosu smykového napětí nemusel být v MKP modelu vůbec zahrnut. V reálném nýtovém spoji podélníku s potahem však nýt ovlivňuje napjatost v okolí zanýtování, a to jak v podélníku, tak v potahu. Důvody proč je ovlivněno napjatost v okolí zanýtování, jsou:

- roznýtováním nýtu vznikají na stěnách otvoru pro nýt v podélníku i potahu přídatná tlaková napětí,

- pokud je podélník a potah zatížen po zanátyování, brání nýt příčným deformacím otvoru podélníku i potahu (viz Obr. 33).

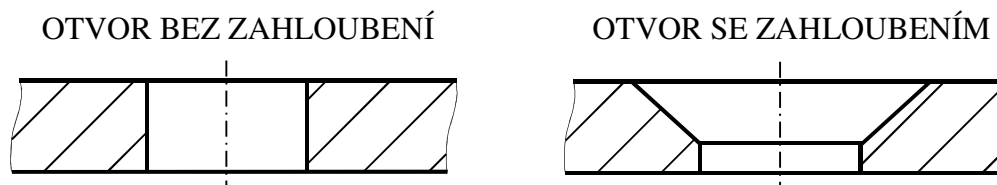


**Obr. 33 - Ovlivnění deformací vloženým nýtem**

Po vložení nýtu a následném tahovém zatížení vzniká mezi nýtem a podélníkem (nýtem a potahem) tlaková pnutí, která jsou vyvolána kontaktem nýtu a plochy otvoru. Z Obr. 33 lze vidět, jak jsou v případě s vloženým nýtem omezeny příčné deformace otvoru podélníku (potahu). Po dohodě se zadavatelem diplomové práce, firmou EVEKTOR, se rozhodlo, že tento faktor nebude v této diplomové práci uvažován. Tento faktor přesahuje rozsah diplomové práce. Taktéž faktor změny napjatosti v okolí nýtu v důsledku procesu nýtování nebude uvažován.

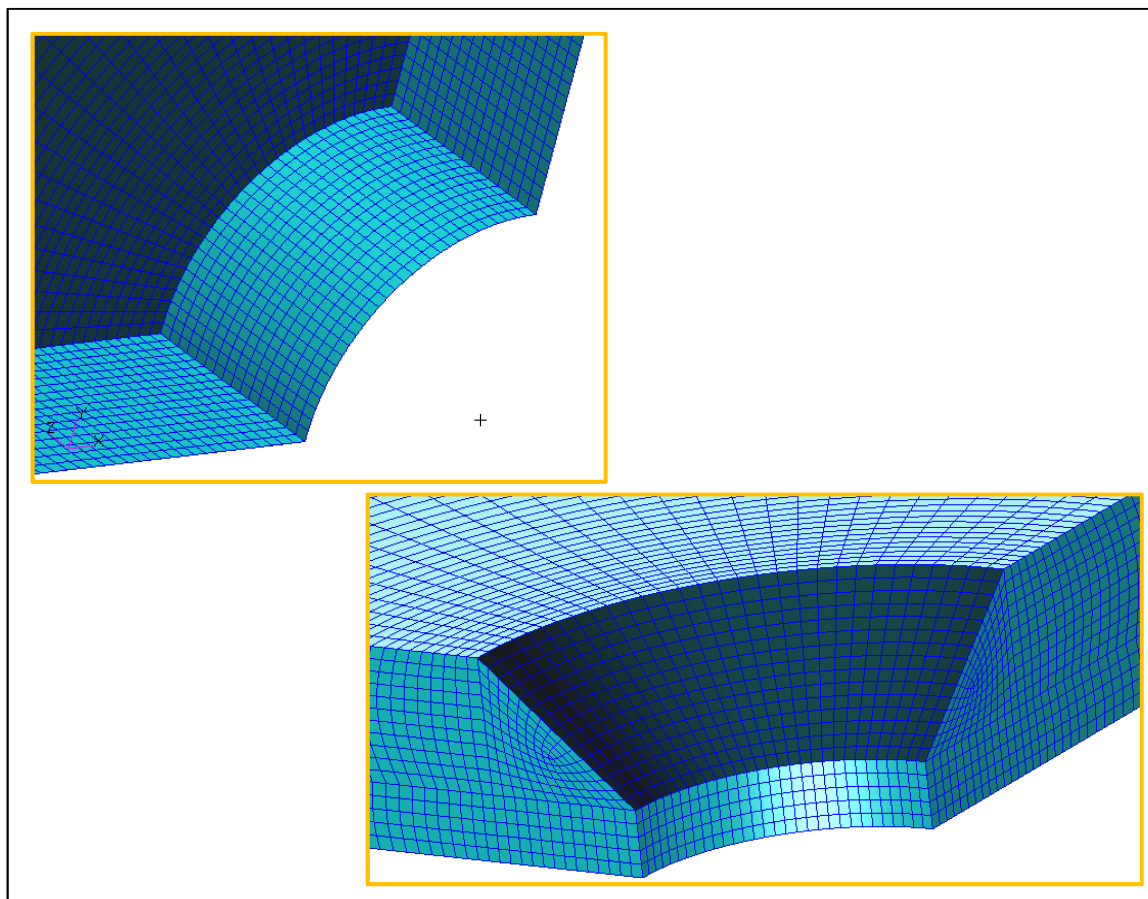
### 6.3 Vliv zahlobení a vícenásobného nýtování

Jiný faktor, který bezesporu ovlivňuje únavové vlastnosti spoje, je koncentrace napětí v okolí otvoru pro nýt v potahu. V potahu není přes celou tloušťku plechu jen válcová díra, jako je tomu v podélníku, ale je v plechu vyrobeno i zahlobení pro zápusťnou (kuželovou) hlavu nýtu (Obr. 34).



**Obr. 34 - Nezahlobený a zahlobený otvor**

Jaký vliv má zahloubení na součinitel tvaru, je dále zkoumáno. Pro vyhodnocení vlivu zahloubení je proveden MKP výpočet na desce, která má tloušťku odpovídající tloušťce potahu. Její délka a šířka je pak dostatečně veliká, aby tyto rozměry nijak neovlivnily napjatost v okolí vrubu. Deska je zatížena tahovou silou tak, aby se v desce vyvodilo nominální napětí 1 MPa (BRUTTO). Díky tomu, že je deska symetrická podle dvou rovin, může být modelována pouze jedna čtvrtina desky. Pohled na detail sítě konečných prvků v okolí vrubů je na Obr. 35. Jsou použity materiálové konstanty odpovídající hliníku,  $E = 72\,000\text{ MPa}$  a  $\mu = 0,33$ .

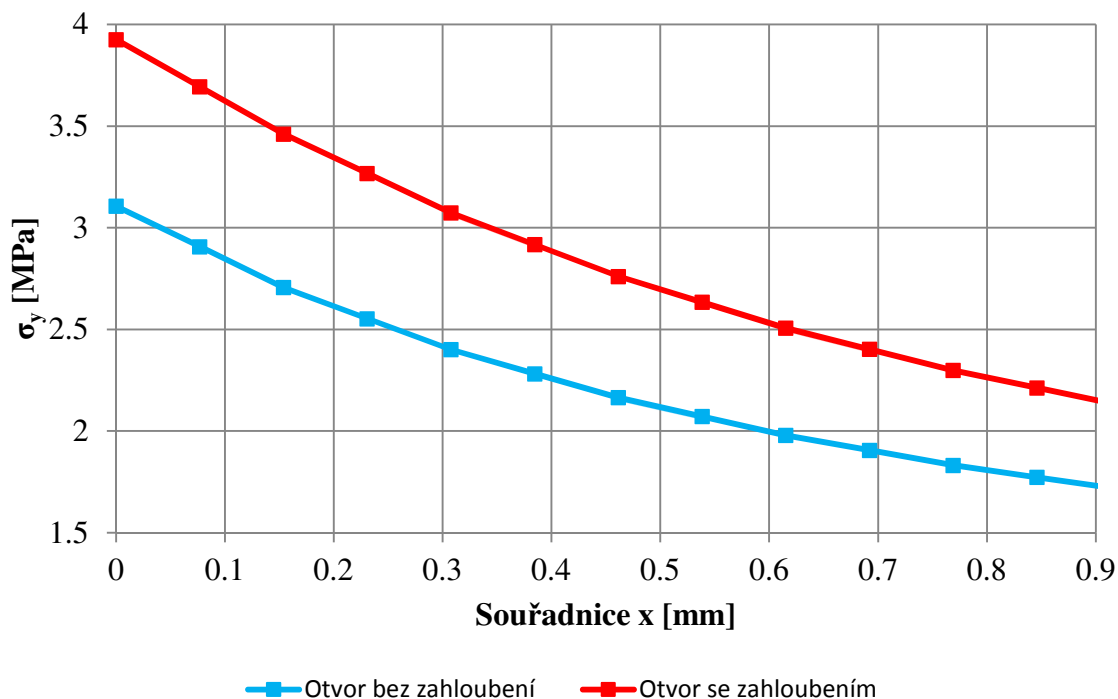


**Obr. 35 – Sít' konečných prvků na zahloubeném a nezahloubeném otvoru**

V obou případech jsou pro MKP analýzu použity 3D kvadratické prvky (integrační schéma 2x2x2). Nejprve je provedena analýza na obou otvorech (se zahloubením a bez zahloubení) s počtem 20 elementů po čtvrtkružnici. Poté je sít' zahuštěna na 30 elementů po čtvrtkružnici. Rozdíl v maximální hodnotě napětí při použití 20 a 30 elementů po čtvrtkružnici činí u válcového otvoru 0,14 % a u otvoru se zahloubením 0,26 %. Rozdíl v gradientech pak je 3,81 % u válcového otvoru, 1,41 % u zahloubeného otvoru, kdy je gradient počítán podle normály plochy válcové části a 1,53 %, kdy je gradient počítán podle normály, která je určena z vektorů normál válcové a zahloubené plochy otvoru. Stanovení této normály a metoda vyhodnocování dle této normály je uvedeno

dále v textu. Jelikož je již rozdíl v maximální špičce napětí a gradientu dostatečně malý, lze výsledky s použitím 30 elementů po čtvrtkružnici považovat za dostatečně přesné.

Maximální špička napětí u otvoru se zahloubením je v bodě, kde protíná zahloubení válcový otvor. Srovnání napjatosti na otvoru s válcovým a zahloubeným otvorem je na Obr. 36. Souřadnicové osy jsou v tomto případě obdobné, jako je tomu na Obr. 15.

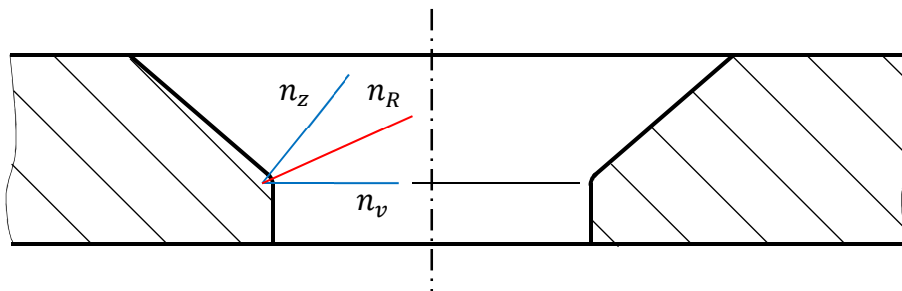


**Obr. 36 - Srovnání napětí na zahloubeném a nezahloubeném otvoru**

Maximální špička napětí je v desce s válcovým otvorem 3,107 MPa a v desce se zahloubením 3,926 MPa. Hodnoty 3,107 a 3,926 jsou i součiniteli tvaru jednotlivých otvorů (vztaženo k BRUTTO). Maximální špička napětí, potažmo součinitel tvaru desky se zahloubením vzrostl oproti desce s válcovým otvorem o 26 % (vztaženo k výsledkům desky s válcovým otvorem). Protože je maximální špička napětí v bodě, kde není jednoznačně definována normála plochy, je obtížnější v tomto místě určit gradient napětí. V bodě maxima napětí se stýkají dvě plochy (plocha válcové části a plocha zahloubené části). Existuje však více možností jak v tomto místě gradient napětí určit.

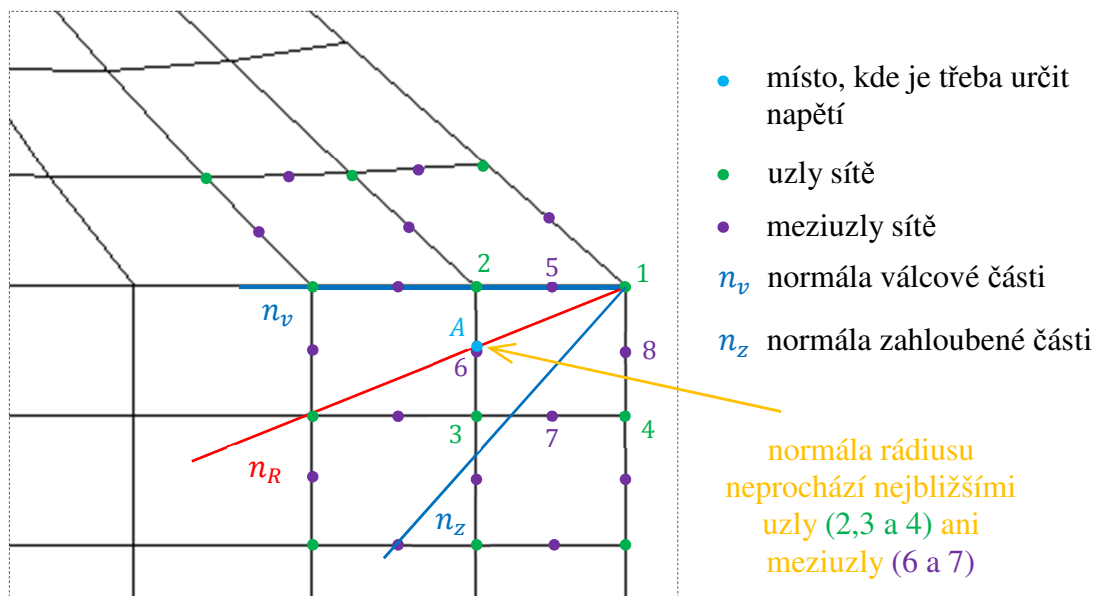
První metodou jak gradient určit, je inženýrský přístup. Směr, podle kterého se gradient napětí vypočte, je určen směrem dominantního namáhání. Dominantní namáhání má v tomto případě stejný směr jako normála plochy válcové části. Gradient je pak dle inženýrského přístupu počítán stejně jako u otvoru bez zahloubení.

Druhá metoda pak uvažuje, že v praxi se tak ostrý vrub nevyskytuje. Vždy je na hraně at' jen malý přechodový rádius. Výsledný směr podle, kterého se gradient určí, pak odpovídá normále rádiusového přechodu.



**Obr. 37 - Normála zahloubení**

Směr normály  $n_R$  rádiusového přechodu lze zjistit výpočtem ze směru normály válcové plochy  $n_v$  a normály  $n_z$  zahloubené části. Při MKP se ale přechodový rádius nemodeluje. Aby se ve směru normály  $n_R$  dal vyhodnotit gradient napětí lineární interpolací, musejí být ve směru normály známi dvě hodnoty napětí. První hodnota napětí je přímo v kořeni vrubu. Druhou hodnotu je nutno určit buď z vhodně umístěného uzlu sítě, nebo ji určit přibližně z nejbližších uzlů. V praxi, kdy se mohou rozměry záпустné hlavy měnit, není příliš vhodné volit metodu s přesným umístěním uzlu. Bylo by to časově náročné a neefektivní. Vhodnější je určit tuto hodnotu přibližně. Rozložení uzlů a meziuzlů společně s normálou rádiusového přechodu je na Obr. 38.



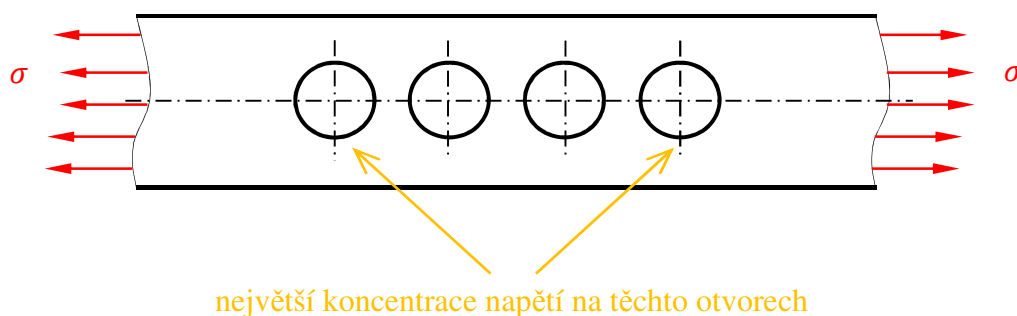
**Obr. 38 - Normála přechodového rádiusu na MKP síti**



Bod, ve kterém se bude zjišťovat hodnota napětí pro následný výpočet gradientu je *bod A* (Obr. 38). Tento bod však neleží ani v jednom z uzlů (meziuzlů) sítě. Hodnota napětí v *bodě A* se tedy přibližně určí interpolací z hodnot napětí v *uzlu 2* a *meziuzlu 6*. Gradient napětí dle fiktivního rádiusu je v tomto případě vyšší o přibližně 10% oproti gradientu určeného dle normály válcové části otvoru.

Ze zjištěných skutečností, že součinitel tvaru je výrazně odlišný u otvoru se zahlobením než u otvoru bez zahlobení, vyplývá, že pro predikci životnosti tohoto typu nýtového spoje musí být tento faktor ve výpočtu uvažován. Dále je zřejmé, že vyšší součinitel tvaru má otvor se zahlobením než otvor bez zahlobení. Pokud se uvažuje i fakt, že v potahu je vždy vyšší tahové napětí než v podélníku (Obr. 32), lze vyvodit závěr, že kritickým místem ve spoji podélníku s potahem je z hlediska součinitele tvaru otvor v potahu.

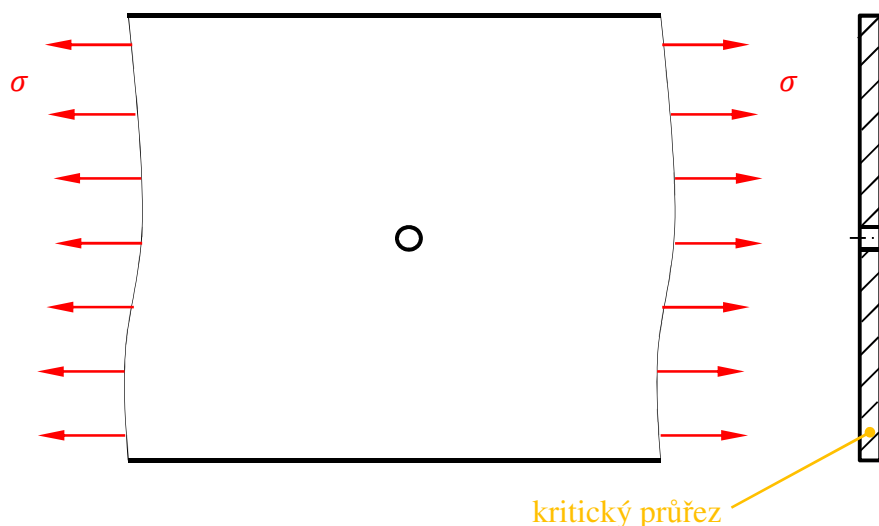
Dalším důležitým faktorem, na který je nutno dát při posuzování životnosti nýtového spojení potahu s podélníkem pozor, je nýtová rozteč. S rozdílnou nýtovou roztečí se totiž jistě mění pole napětí v okolí spoje. Pokud se uvažuje pouze tahové napětí (bez silového přenosu), kterým je součást zatěžována, vzniká na prvním a posledním otvoru jiné napětíové pole. Koncentrace napětí je zde nejvyšší (Obr. 39). V případě nestejnoměrného nýtování je nutno se tímto vlivem zabývat.



**Obr. 39 - Vícenásobné nýtování**

## **7 MKP jako podklad pro určení únosnosti a životnosti konstrukce**

MKP se stala v průmyslu velmi silným nástrojem, stále však mají silné zastoupení taky výpočty analytickým přístupem. Je diametrální rozdíl jestli se MKP používá jako podklad pro určování únosnosti nebo životnosti konstrukce. Rozdíl je ukázán na následujícím příkladu, kdy je plech s otvorem zatěžován tahem (Obr. 40).



**Obr. 40 - Plech s otvorem**

Na únosnost celého plechu má malý otvor jen velmi malý vliv. Malý otvor totiž jen nepatrně sníží únosnost plechu tím, že zmenší plochu kritického průřezu. Při MKP výpočtu únosnosti je tedy možno tento otvor úplně vypustit, predikovaná únosnost plechu se tím ovlivní jen nepatrně. Nebo lze otvor modelovat jen zjednodušeně, např. čtyřmi elementy po celém obvodu díry. Detailní promodelování otvoru pro nýt by zbytečně prodlužoval výpočetní čas, ale také čas přípravy modelu.

Diametrálně odlišný vliv má tento malý otvor na životnost plechu. Tento stav nastává, pokud je plech zatěžován cyklicky (může se jednat například o potah křídla). Jak již bylo výše uvedeno, na životnost součásti má vliv jak součinitel tvaru, tak i gradient napětí. Malý otvor tedy významně sníží životnost takového plechu. Je jasné, že výsledky MKP analýzy k predikci únosnosti, kdy není malý otvor plechu vůbec modelován, nemohou být použity přímo, bez korekcí.

## 7.1 Struktura modelování v letectví

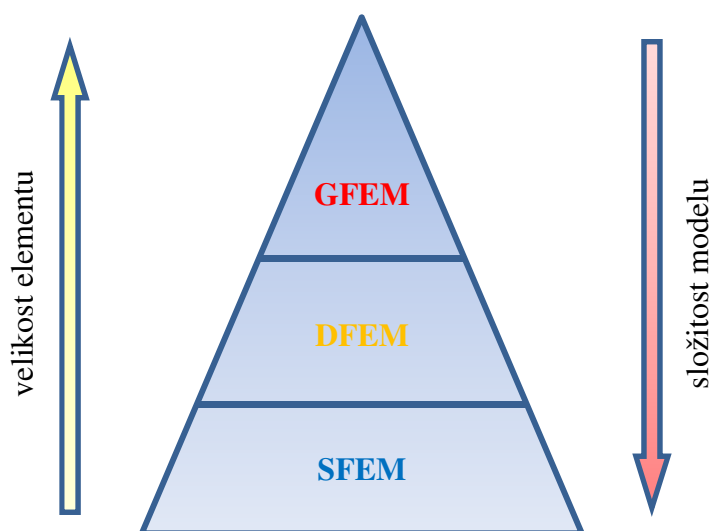
Protože se letoun skládá z mnoha jednotlivých struktur, nelze metodou konečných prvků spočítat detailně celou sestavu letounu najednou. Proto se zvolil přístup (i ve firmě *EVEKTOR*) submodelingu. Postupuje se od nejhrubšího modelu celého letounu až k jednotlivým jeho částem. Ve firmě *EVEKTOR* je pro jednotlivé modely zavedeno následující názvosloví. Nejhrubší model, tedy model celého draku letounu, se nazývá GFEM (Global Finite Element Model – globální konečnoprvkový model). Na tento model jsou aplikována vnější zatížení a okrajové podmínky. Dalším stupněm v modelování je DFEM (Detailed Finite Element Model – detailní konečnoprvkový

model). DFEM je vysíťován jak již název napovídá mnohem jemněji. Není tedy již modelován celý drak letounu ale jen jeho část. Na letounu tedy existuje více DFEMů. Okrajové podmínky se většinou na DFEM převádějí z GFEMu pomocí tzv. superelementu. Třetím a zároveň nejnižším stupněm submodelu je SFEM (Sub Finite Element Model), což je detailní model části DFEMu. Může se jednat např. o okolí otvoru pro nýty, atd.

Velikost elementů GFEMu se odvíjí od velikostí jednotlivých polí. Na trupu je to pole, které tvoří přepážky a podélníky. Na křídle jednotlivé pole rozdělují podélníky a žebra. Obecně je na každé pole užit jeden element, může jich však být i více. Z toho vyplývá, že velikost elementů GFEMu se pohybují až ve stovkách milimetrů.

DFEMem může být například nosná soustava (křídlo) nebo část trupu mezi dvěma až třemi přepážkami. Výsledky z DFEMu již slouží jako podklad pro predikci únosnosti. Velikost elementů u DFEMu se pohybuje v řádu jednotek milimetrů. Otvory pro nýty a podobné otvory malých rozměrů se obecně v DFEMu nemodelují. Nýty se modelují pouze zjednodušeně, například nosníkovými prvky. Tyto zjednodušené modely nýtu jsou na okolní strukturu napojeny např. RBE prvky.

SFEM má uplatnění hlavně v predikci životnosti. Velikost elementů je již několikrát menší než je tomu u DFEMu. Protože při predikci životnosti je velmi důležitý i gradient napětí, je nutné, aby síť SFEMu byla precizní. Pyramida struktury modelování konečnoprvkové sítě, která se v letectví užívá, je na Obr. 41.



**Obr. 41 - Pyramida struktury modelování**

## **8 Metodiky tvorby MKP sítě jako podklad pro určování životnosti konstrukce**

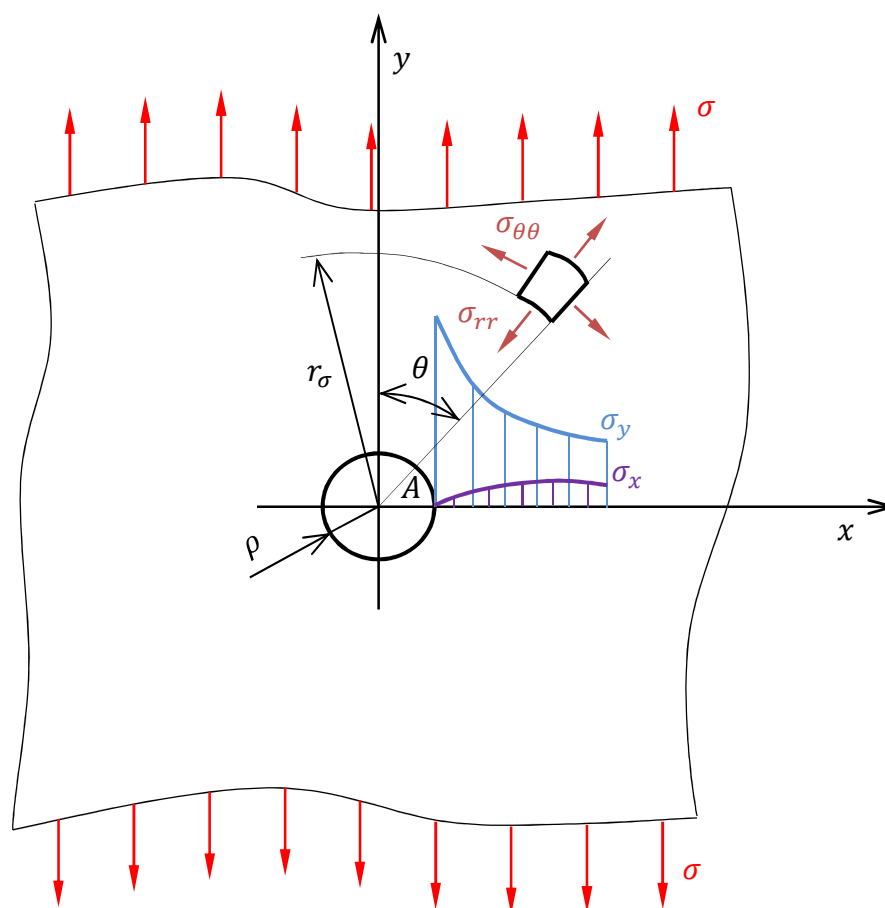
Je velmi výhodné využít nástroje MKP, jako podklad pro predikci životnosti součástí. Ve většině případů totiž na reálných konstrukcích nelze analyticky určit pole napětí, které je nutno znát při predikování životnosti. Podstatou numerického modelování (MKP, MHP, metoda sítí, atd.) je přibližný výpočet rovnic, které popisují daný problém. Výsledkem řešení rovnic pak jsou například pole posunutí, deformací a napjatosti.

Tato diplomová práce se zabývá metodikou, jak správně modelovat pomocí MKP spojení podélníku s potahem na křídle letounu. Vybraná metodika pak může být aplikována i na další typy nýtových spojů podobného charakteru.

### **8.1 Analýza jednotlivých typů elementů**

Než budou probírány jednotlivé metodiky, je třeba předem určit, jaké typy elementů je třeba použít pro získání co nejpřesnějších výsledků napětí v oblasti kořene vrubu, ze kterých pak je predikována životnost. Ve firmě EVEKTOR se jako řešič MKP úloh nejčastěji používá software MSN Nastran. Jsou tedy zkoumány pouze ty vybrané typy elementů, které tento řešič podporuje.

Je výhodné provést analýzu na takové součásti, kde je známo analytické řešení. K tomuto řešení by se pak výsledky z MKP měly blížit. Pro analýzu jednotlivých typů elementů je tedy vybrána nekonečná deska s otvorem, kde analytické řešení napětí v okolí kořene vrubu již je odvozeno a publikováno [21].



**Obr. 42 - Nekonečná deska s otvorem zatížená tahem**

Z matematické teorie pružnosti je odvozeno, že pro nekonečnou desku s otvorem zatíženou dle Obr. 42, lze odvodit tyto rovnice pro normálová napětí:

$$\sigma_{rr} = \frac{\sigma}{2} \left[ 1 - \frac{\rho^2}{r_\sigma^2} + \left( 1 - \frac{4\rho^2}{2r_\sigma^2} - a^2 + \frac{3\rho^4}{r_\sigma^4} \right) \cos 2\theta \right] \quad (50)$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{\sigma}{2} \left[ 1 - \frac{\rho^2}{r_\sigma^2} - \left( 1 + \frac{3\rho^4}{r_\sigma^4} \right) \cos 2\theta \right] \quad (51)$$

kde

- $\sigma_{rr}$  radiální normálové napětí,
- $\sigma_{\theta\theta}$  tečné normálové napětí,
- $r_\sigma$  poloměr, na kterém se vyšetřuje napjatostní stav,
- $\theta$  úhel, na kterém se vyšetřuje napjatostní stav.

Napětí  $\sigma_{\theta\theta}$  dosahuje svého maxima přímo v kořeni vrubu (v bodě A). Toto maximální napětí je v kořeni vrubu rovno přímo napětí  $\sigma_y$ , jelikož jsou v tomto bodě směry napětí totožné ( $\theta = 90^\circ$ ). Maximální napětí je  $\sigma_{\theta\theta} = \sigma_y = 3\sigma$ . Teoretický součinitel vrubu pak je  $K_t = 3$ . Napětí  $\sigma_{rr}$  je v kořeni vrubu (v bodě A) nulové a rovná se přímo napětí  $\sigma_x$ ,

protože jsou v tomto bodě směry napětí totožné. Vztah pro gradient napětí  $\sigma_y$  respektive  $\sigma_{\theta\theta}$  v kořeni vrubu (bod A) je uveden v následující rovnici (52).

$$\chi_{\sigma} = \frac{7}{3\rho} \quad (52)$$

Protože je analýza prováděna na tenké desce, napětí v ose  $z$  je nulové. Jedná se tedy o problém rovinné napjatosti.

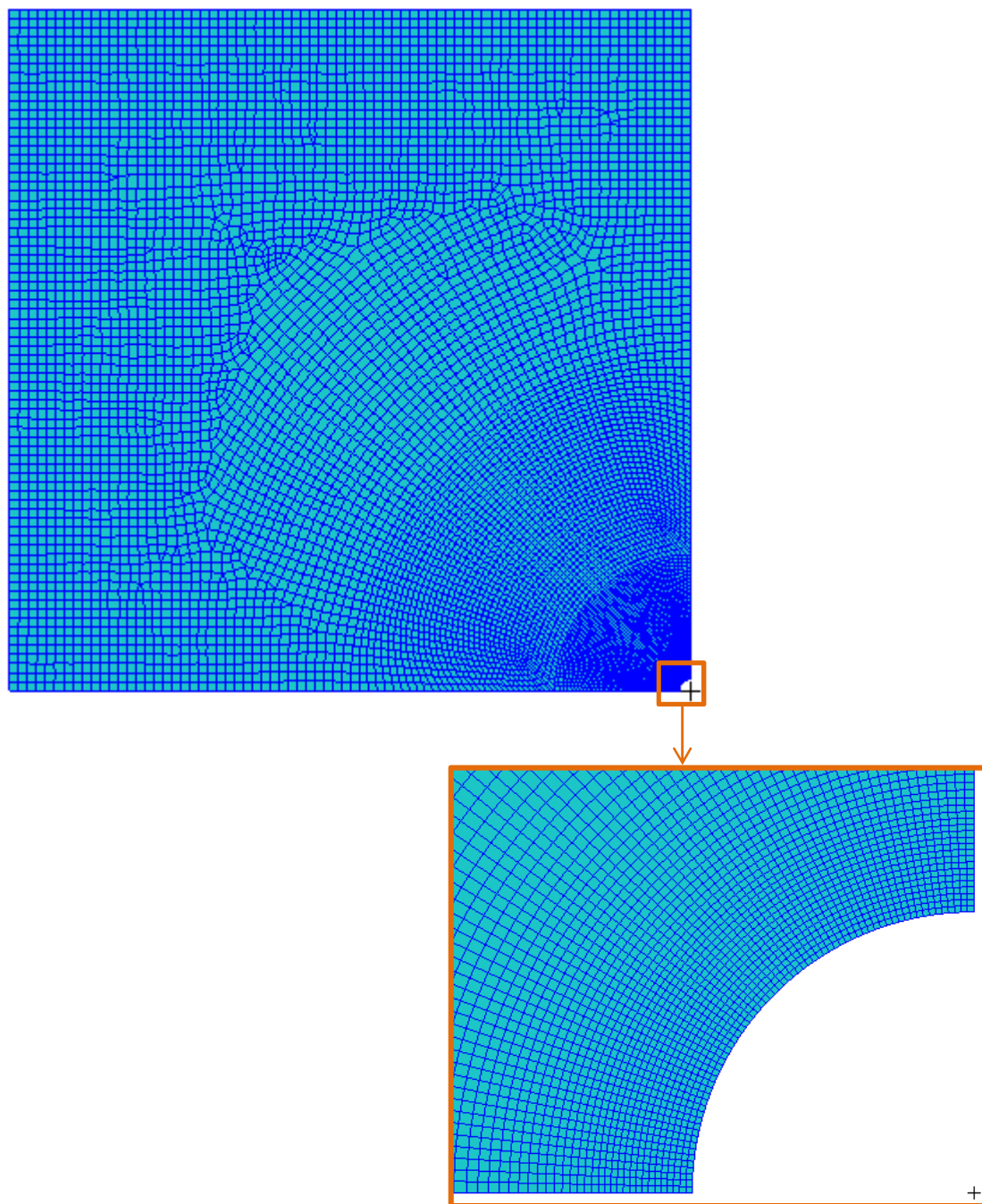
Ze Saint-Venantova principu vyplývá, že účinek vrubu doznívá tím rychleji, čím je vrub ostřejší [21]. Proto při modelování nekonečné desky může být použito zjednodušení a nemusí být modelována deska nekonečných rozměrů. Pokud bude otvor (vrub) malý, lze modelovat desku konečných rozměrů, avšak dostatečně velkých aby již odezněl účinek vrubu. Deska, která je použita pro analýzu testovaných elementů, má tloušťku  $1\text{ mm}$ , otvor má průměr  $5\text{ mm}$ , délka a šířka desky pak je  $300\text{ mm}$ . Dosazením těchto hodnot do rovnic (40) a (41) je zřejmé, že na koncích desky účinky vrubu již téměř dozněl a proto výsledky na této konečné desce mohou být považovány za téměř stejné jako na desce nekonečné.

Elementy, které jsou vybrány pro testování, patří do skupin 2D a 3D prvků. 2D prvky jsou ze skupiny CQUAD prvků, tedy prvky tvaru obdélníku. 3D prvky náleží skupině takzvaných CHEXA prvků, tedy tvaru kváдру. K analýze jsou vybrány i stejné typy prvků avšak s jiným integračním schématem. Konkrétně se testují následující konfigurace prvků:

- 3D – osmi-uzlový prvek s defaultním nastavením od MSC Nastran / lineární,
- 3D – dvaceti-uzlový prvek s integračním schématem  $2 \times 2 \times 2$  (plná integrace) / kvadratický,
- 3D – dvaceti-uzlový prvek s integračním schématem  $3 \times 3 \times 3$  (plná integrace) / kvadratický,
- 2D – čtyř-uzlový prvek / lineární,
- 2D – osmi-uzlový prvek / kvadratický.

Všechny konfigurace prvků jsou postupně užity k testování. Jsou jimi vymodelovány oblasti kolem kořene vrubu. U všech testovaných konfigurací je užita stejná síť konečných prvků, která je navíc mapovaná. Pokud jsou užity 3D elementy, jsou pro urychlení výpočtu použity tři symetrie, je tedy modelována pouze osmina desky.

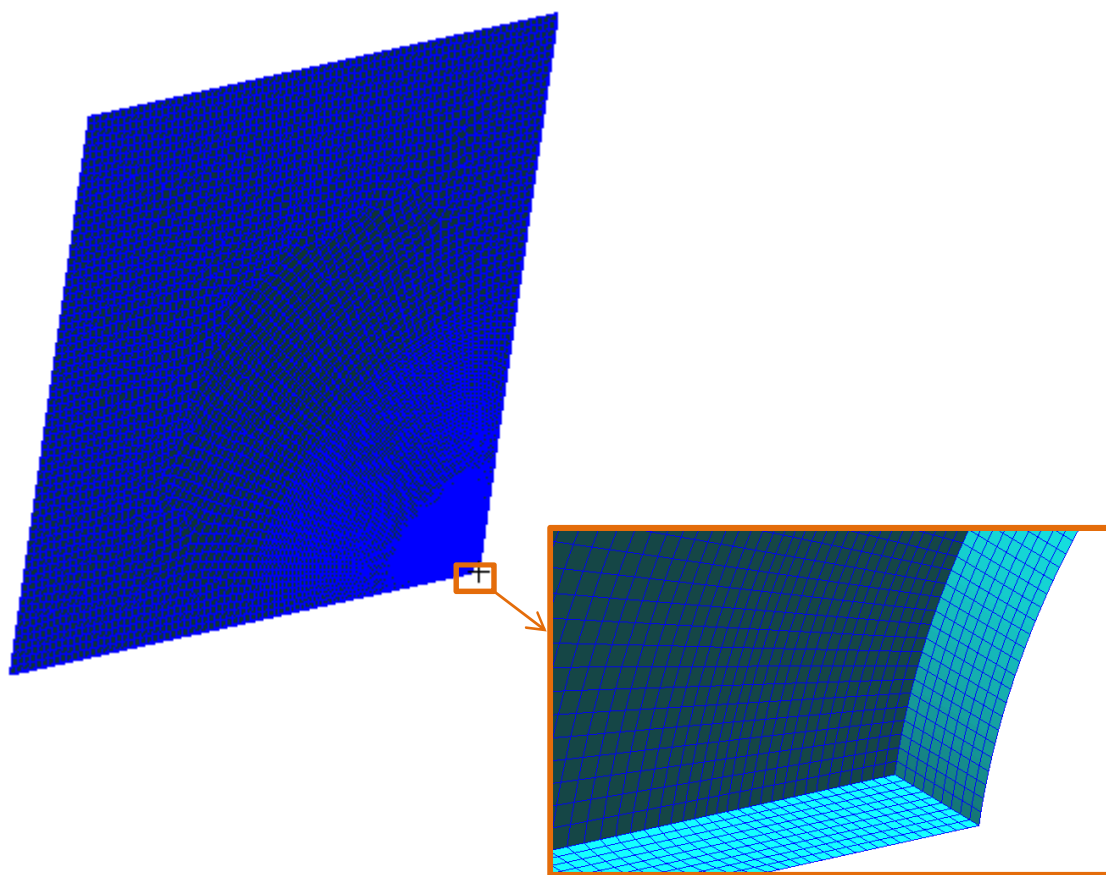
Uzlům náležící rovině symetrie jsou odebrány posuvy ve směru normály této roviny. Pokud jsou užity 2D elementy, jsou použity dvě symetrie. Uzlům náležící rovině symetrie jsou odebrány posuvy ve směru normál a rotace kolem osy, která je kolmá na rovinu symetrie. Mapovaná síť, která je použita pro testování 2D elementů je Obr. 43 a 3D elementů na Obr. 44.



**Obr. 43 - Síť konečných prvků / 2D elementy**

U 3D prvků by se po tloušťce desky v oblasti kolem kořene vrubu užilo 18 elementů, jelikož je ale užita symetrie, je na polovině tloušťky desky užito 9 elementů. Na čtvrt kružnici vrubu je pak užito 70 elementů, stejný počet elementů je užito na čtvrt kružnici

i u 2D elementů. V blízkém okolí kořene vrubu je pak snaha používat elementy, které mají tvar blízký krychli respektive čtverci – viz Obr. 43 a Obr. 44.



**Obr. 44 - Sít' konečných prvků / 3D elementy**

Pro MKP výpočty jsou užity materiálové parametry, které se užívají pro hliník, tedy  $E = 72\,000\text{ MPa}$  a  $\mu = 0,33$ . Výpočet všech MKP modelů je provedeno v řešiči MSC Nastran. Pre- a postprocesor je pak užit MSC Patran. U software MSC Patran je v posprocessingu nutné pro určení napětí v uzlech zvolit některou z metodik, jak se tyto napětí do uzlů extrapolují z integračních bodů. K vyhodnocení napětí se zvolila defaultně přednastavená extrapolace – „Shape Function“.

Na následujících grafech je provedeno srovnání MKP výsledků s výsledky analytickými. Ve všech případech jsou srovnávány pouze ta napětí v okolí kořene vrubu, jejichž uzly leží na ose  $x$  (souřadnice  $y$  je vždy nulová). V případě nekonečné desky zatížené dle Obr. 42 by bylo se pro predikci životnosti vyhodnocovalo pouze napětí  $\sigma_y$ . Pro ověření chování jednotlivých typů elementů se však vyhodnotí i napětí  $\sigma_x$ . Ještě než budou vyhodnocovány samotné výsledky z MKP, je výhodné provést analýzu výsledků analytického řešení. Cílem analýzy výsledků analytického řešení je zjistit, jaké vlastnosti



má funkce napětí v okolí kořene vrubu. Pokud se v rovnici (51) dosadí za úhel  $\theta$  hodnota  $90^\circ$  a místo proměnné  $r$  dosadíme proměnnou  $x$ , přejde rovnice (51) v rovnici (53), která již popisuje velikost normálového napětí  $\sigma_y$  v rovině symetrie nekonečné desky (souřadnice  $y$  je nulová).

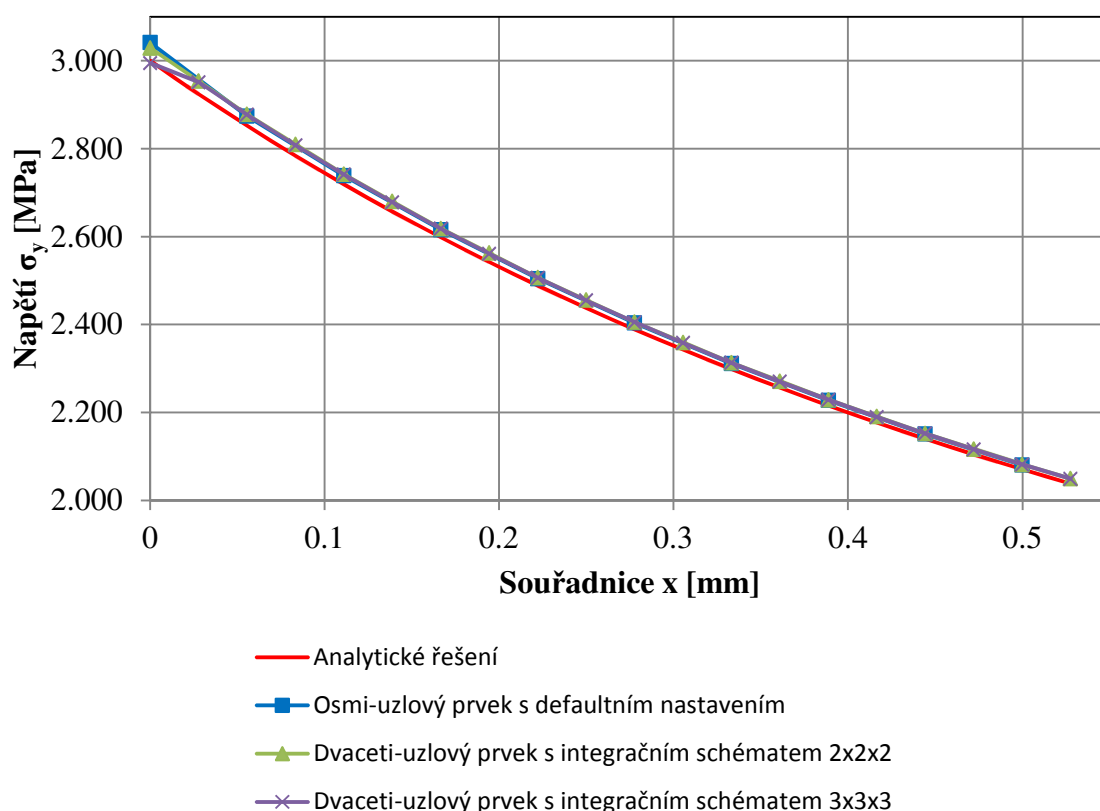
$$\sigma_y = \frac{\sigma}{2} \left[ 2 - \frac{\rho^2}{x^2} + \frac{3\rho^4}{x^4} \right] \quad (53)$$

Jestli je funkce napětí v bodě, jehož souřadnice odpovídá kořeni vrubu, konvexní či konkávní, lze zjistit analýzou její druhé derivace v tomto bodě

$$\sigma_y(\rho)'' = \frac{27\sigma}{\rho^2} \quad (54)$$

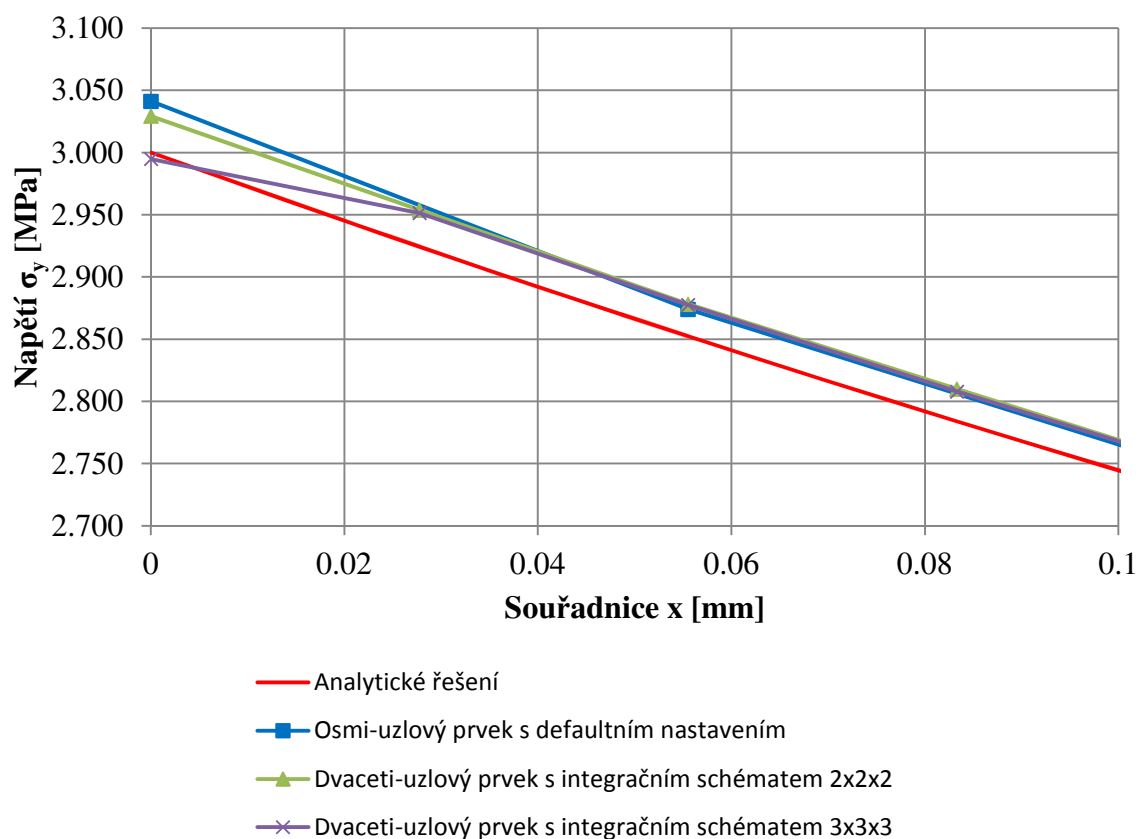
Protože je druhá derivace funkce napětí v kořeni vrubu větší než nula, je pak funkce napětí v tomto bodě ryze konvexní.

V následujícím grafu (Obr. 45) jsou nejprve vyhodnoceny MKP výsledky napětí  $\sigma_y$  z modelů, na kterých jsou použity 3D elementy.



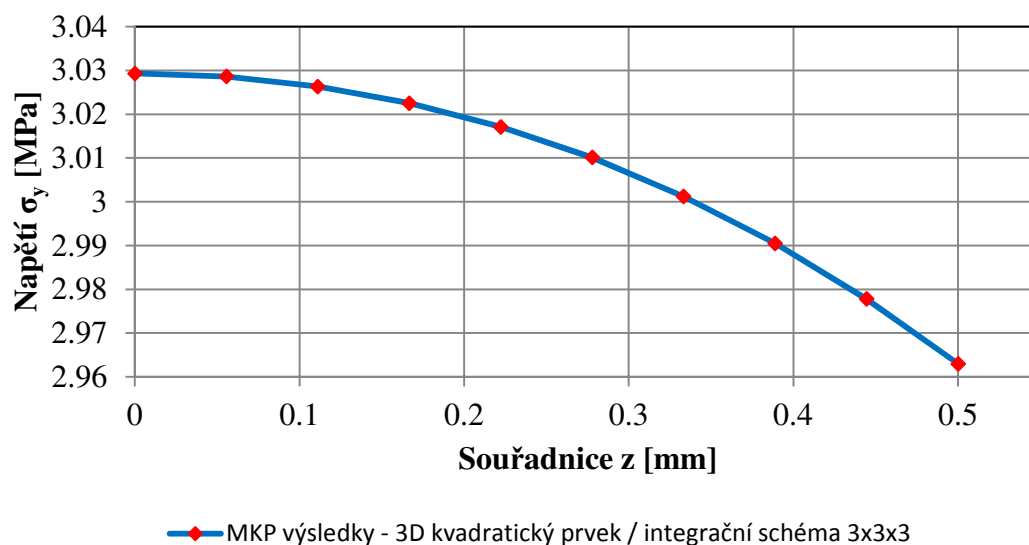
**Obr. 45 - Vyhodnocení výsledků MKP modelů s 3D elementy / napětí  $\sigma_y$**

Na následujícím obrázku je pak vyhodnocení velmi blízkého okolí kořene vrubu (detail z Obr. 45).



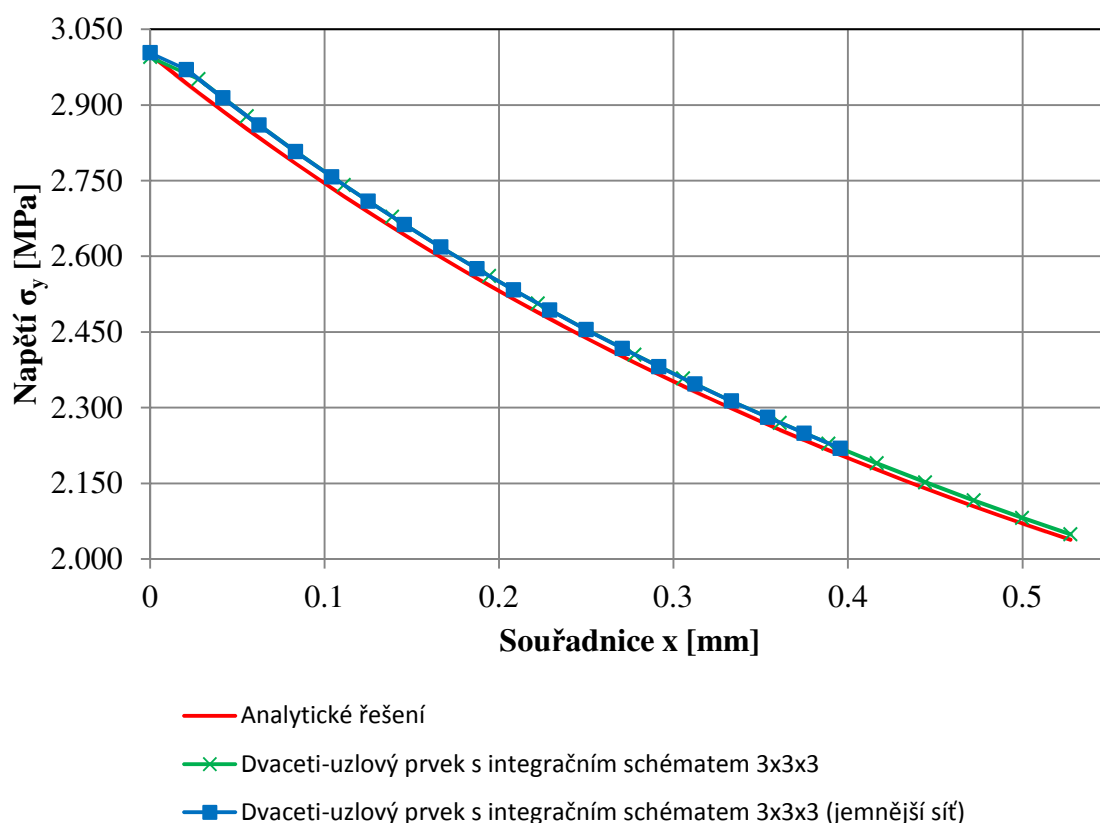
**Obr. 46 - Detail na velmi blízké okolí kořene vrubu s 3D elementy / napětí  $\sigma_y$**

U všech použitých 3D elementů vycházejí napětí  $\sigma_y$  v oblasti mimo uzel v kořeni vrubu téměř stejné, od analytického řešení se však nepatrně liší. Důvod proč se maximální špičky napětí určené z MKP liší od hodnot analytických, je zřejmá z Obr. 47 - v grafu je vyhodnocena pouze polovina součásti, kdy souřadnice  $z = 0$  je na ose symetrie desky. Analytický vztah neuvažuje změnu napětí po tloušťce desky, kdežto při použití 3D elementů je tato změna zachycena.



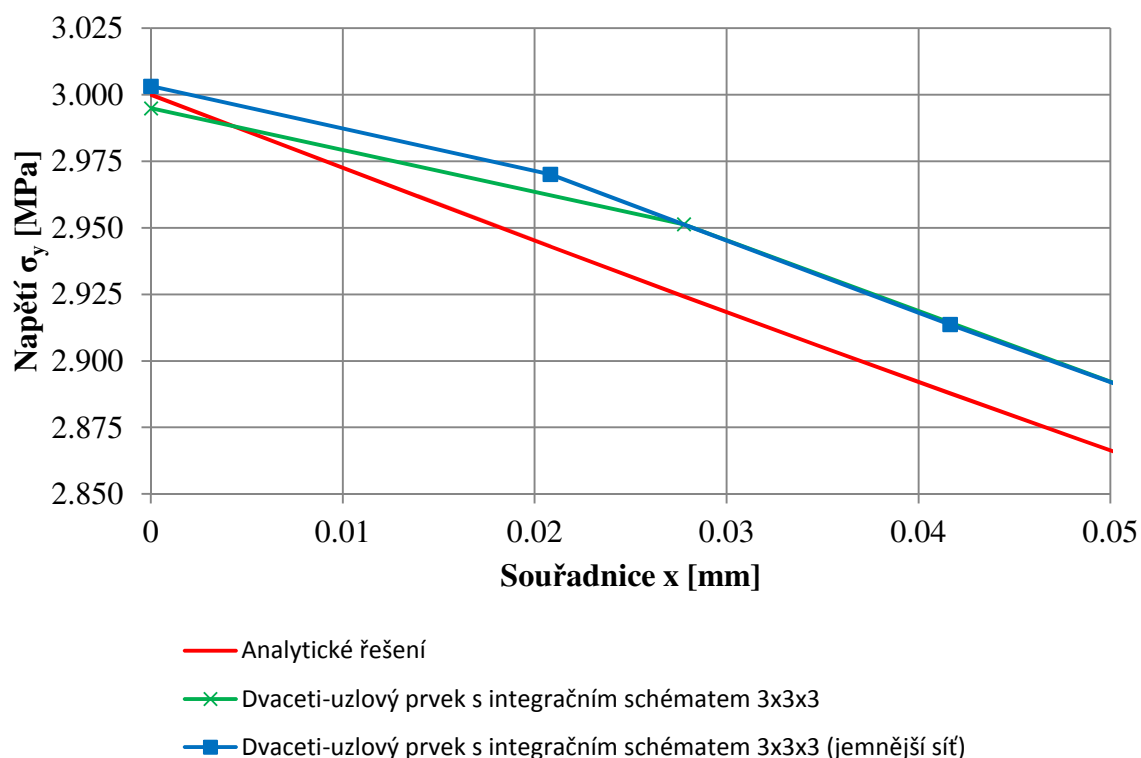
**Obr. 47 - Napětí  $\sigma_y$  po polovině tloušťky desky**

U elementů, které mají integrační schéma 3x3x3, si však lze všimnout, že hodnota z uzlu náležícího kořenu vrubu je odlišná od ostatních hodnot daných MKP řešením. Díky tomu, pak vyjde velmi odlišný gradient napětí, než jak je tomu u analytického řešení. Přesné hodnoty vypočtených hodnot napětí a gradientu napětí jsou v (Tab. 7) níže. Jelikož, je hodnota v kořeni vrubu a tedy i gradient napětí z ní určen odlišný u modelu, u kterých se užily elementy s integračním schématem 3x3x3, od hodnot, u kterých se užily ostatní typy elementů, je proveden nový výpočet na jemnější síti konečných prvků. Tento výpočet je proveden pouze u modelu s elementy, které používají integrační schémata 3x3x3.



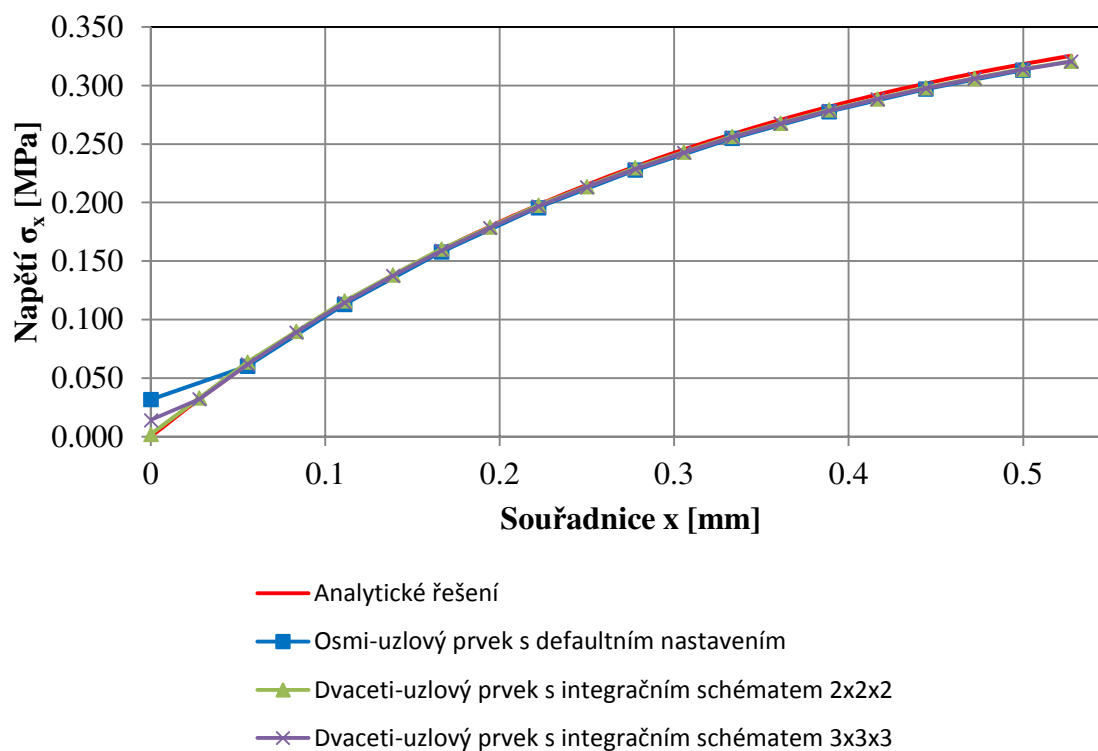
**Obr. 48 - Rozbor vlivu jemnosti sítě na výsledky gradientu napětí**

Na Obr. 49 je pak detail na velmi blízkou oblast kořene vrubu.



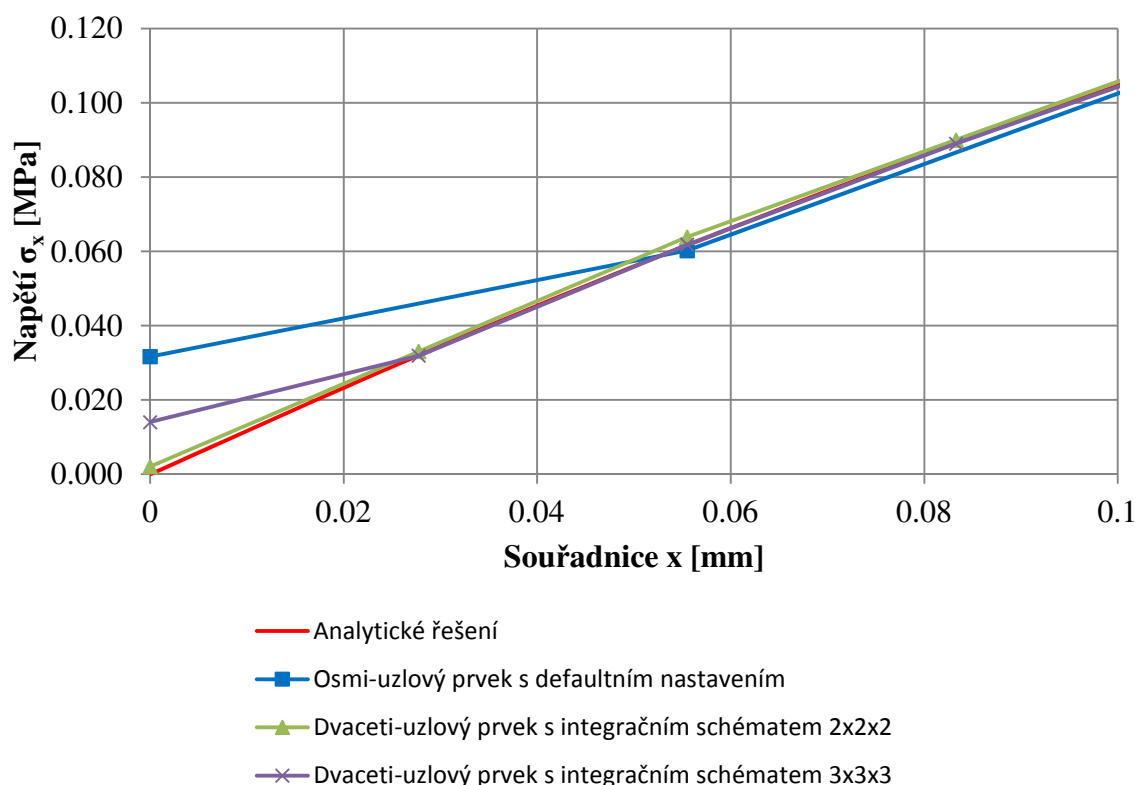
**Obr. 49 - Detail na velmi blízkou oblast kolem kořene vrubu**

Na Obr. 49 je důkaz, že jemnost sítě nemá na špatnou predikci gradientu vliv. Dále jsou vyhodnoceny u 3D elementů napětí  $\sigma_x$ , s tím, že toto vyhodnocení může napovědět o důvodu nesprávných hodnot gradientu napětí (i hodnoty napětí v kořeni vrubu).



**Obr. 50 - Výsledky napětí  $\sigma_x$  z 3D elementů**

Pohled na detail výsledků z Obr. 50 ve velmi blízké oblasti kořene vrubu je na obrázku níže.



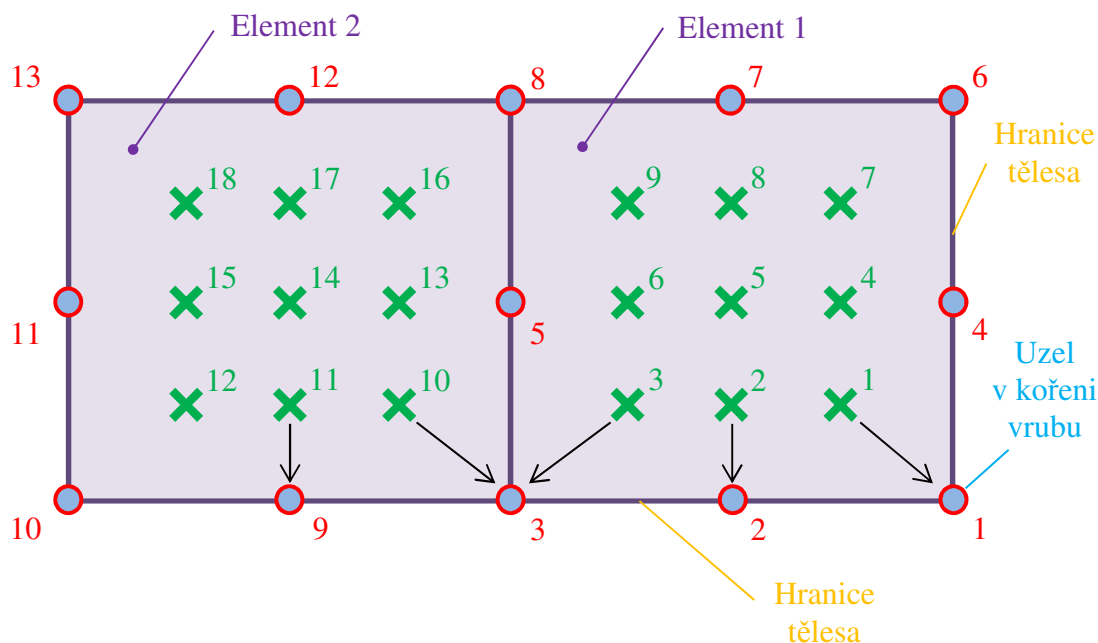
**Obr. 51 - Detail na velmi blízkou oblast kořene vrubu**

I z výsledků napětí  $\sigma_x$  lze vidět, že elementy s integračním schématem 3x3x3, predikují nesprávné hodnoty v uzlu kořene vrubu. Dokonce i hodnoty z lineárních osmi-uzlových elementů nejsou v kořeni vrubu správné. Pouze u kvadratických elementů lze dosáhnout přijatelně správných uzlových hodnot ve všech uzlech sítě v okolí kořene vrubu a to u obou napětí  $\sigma_y$  i  $\sigma_x$ .

Závěr z analýzy 3D elementů je ten, že při užití přednastavené interpolační funkce „Shape Function“ v software MSC Patran, lze výsledky považovat za dostatečně přesné pouze tehdy, pokud jsou použity elementy s integračním schématem 2x2x2.

Obecně by se dalo říci, že při užití vyššího integračního schématu (3x3x3), by měly být výsledky přesnější než při užití nižšího integračního schématu (2x2x2). Problém, který nastává při použití 3D elementů s integračním schématem 3x3x3 je v interpretaci výsledků softwarem MSC Patran. Tento problém je vysvětlen na Obr. 52 (pro jednoduchost je problém vysvětlen na rovinném případě). Červené kruhy značí uzly

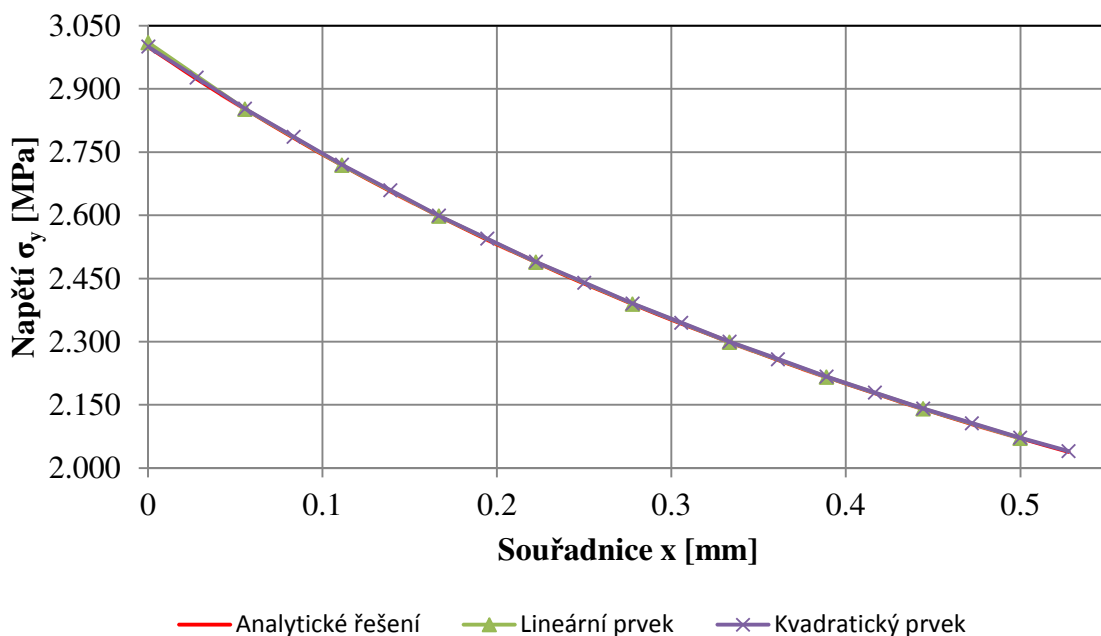
sítě a zelené křížky značí integrační body. Jsou zobrazeny pouze dva elementy, kdy jeden element je hraniční (element 1). Jeho dvě strany tvoří hranici tělesa.



**Obr. 52 - Problém 3D kvadratických elementů s integračním schématem 3x3x3**

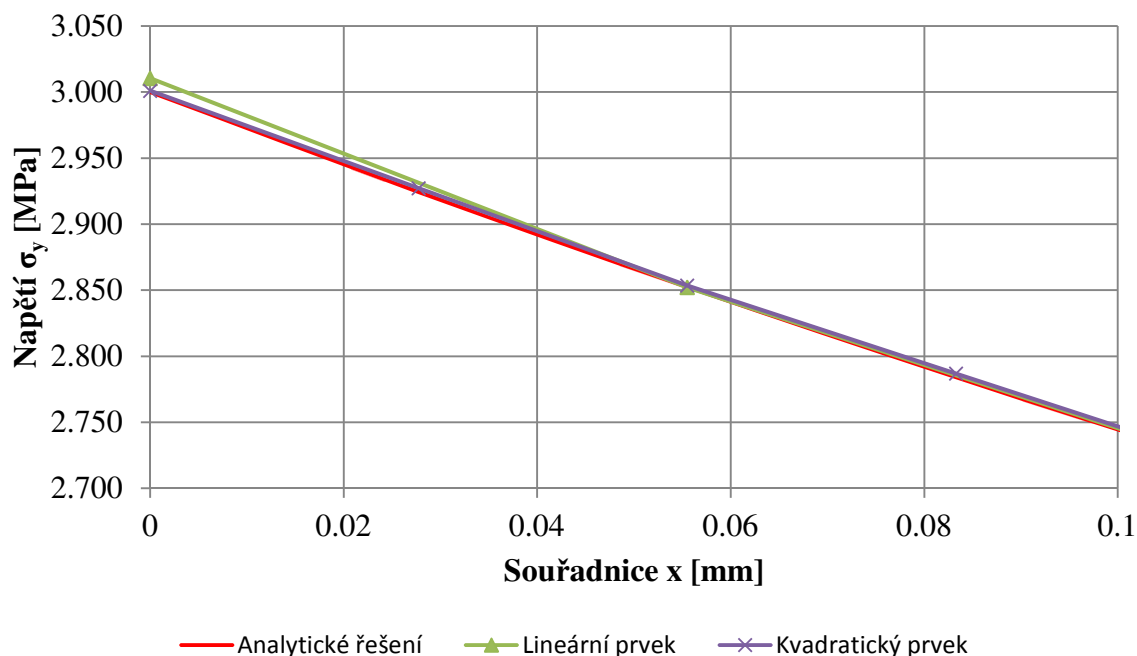
Princip jak se vypočtená napětí z integračních bodů interpolují do uzlů (tento princip platí pouze pro integrační schéma 3x3x3 u kvadratických prvků) je vysvětlen na idealizovaném 3D elementu tvaru krychle. Hodnota napětí z integračního bodu 2 se přímo kopíruje do meziuzlu 2. Napětí, které je v uzlu 3, se vypočte zprůměrováním hodnot napětí z integračních bodů 3 a 10. Hodnota napětí z integračního bodu 11 se přímo kopíruje do meziuzlu 9. Pokud se tedy meziuzly nachází přímo pod integračním bodem, je hodnota z integračního bodu do meziuzlu kopírována přímo. Pokud se uzel nachází přímo mezi integračními body (jedná se např. o integrační body 3 a 10 a uzel 3), napětí v tomto uzlu by se tedy mělo vypočítat zprůměrováním dvou sousedních hodnot z integračních bodů (jeden vlevo, druhý vpravo). Problém nastává, pokud se uzel nachází na hranici tělesa, což je například uzel číslo 1 v kořeni vrubu. V tomto případě chybí integrační bod vpravo. Hodnota, které je interpolována do uzlu, tedy nemůže být vypočtena zprůměrováním dvou hodnot, ale musí se zkopírovat přímo z nejbližšího integračního bodu. Tato skutečnost vysvětluje nesprávné hodnoty maximální špičky napětí v kořeni vrubu. Jestli-že je takovýmto způsobem interpolována hodnota do uzlu kořene vrubu, musí vyjít gradient napětí nesprávně. Správná hodnota napětí by se do uzlu interpolovala jen tehdy, pokud by uzel na hranici tělesa ležel přímo pod integračním bodem. Integrační bod ale nemůže ležet na hranici tělesa, tudíž výsledky napětí se budou do uzlu na hranici tělesa interpolovat vždy nesprávně.

Na následujících grafech je srovnání napětí vypočtených pomocí MKP na 2D elementech s napětím vypočtených analytickým přístupem. Jsou vyhodnoceny výsledky z lineárních i kvadratických prvků. Na Obr. 53 jsou vyhodnoceny napětí  $\sigma_y$ .



**Obr. 53 - Vyhodnocení výsledků MKP modelů s 2D elementy / napětí  $\sigma_y$**

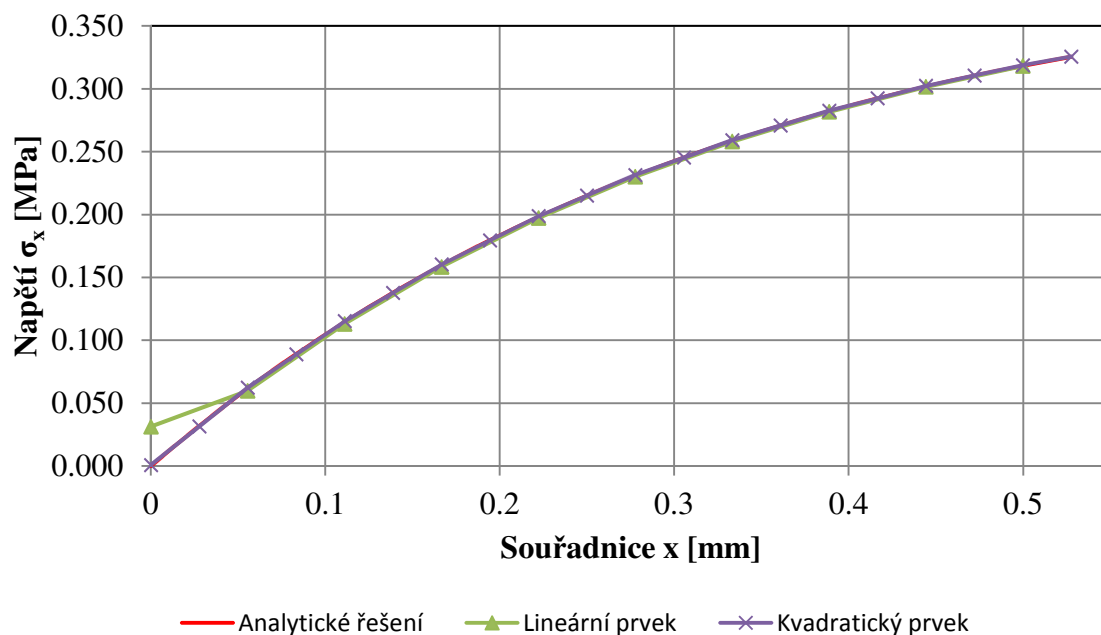
Na Obr. 54 je pak detail na nejbližší okolí kořene vrubu.



**Obr. 54 - Detail na velmi blízké okolí kořene vrubu s 2D elementy / napětí  $\sigma_y$**

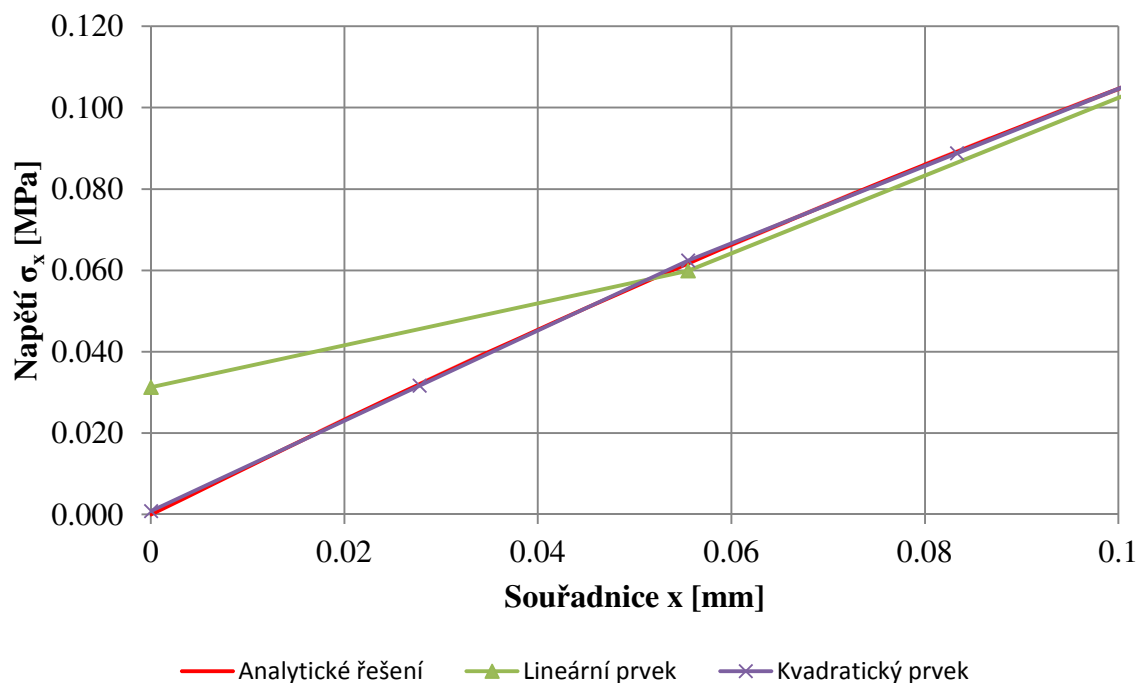
Z obou grafů lze usoudit, že jak pro lineární tak kvadratické 2D elementy vycházejí přijatelné výsledky napětí  $\sigma_y$ . Větší shodu s analytickým řešením však je podle očekávání u kvadratických prvků. Pro detailnější ověření 2D elementů je ještě

provedeno srovnání napětí  $\sigma_x$  po spodní hraně symetrie nekonečné desky (souřadnice  $y$  je nulová).



**Obr. 55 - Výsledky napětí  $\sigma_x$  z 2D elementů**

Na Obr. 56 je pak detailní pohled na průběh napětí  $\sigma_x$  ve velmi blízkém okolí kořene vrubu.



**Obr. 56 - Detail na velmi blízkou oblast kořene vrubu**

Výsledky napětí  $\sigma_x$  dle MKP s 2D kvadratickými elementy téměř přesně vystihuje řešení analytické. Při použití 2D lineárních elementů je však tato shoda již o mnoho menší.



V následující tabulce (Tab. 7) jsou shrnuty výsledky jednotlivých analyzovaných typů elementů. Gradient napětí je počítán jak z lineární, tak z kvadratické interpolace.

**Tab. 7 - Výsledky analýzy jednotlivých typů elementů**

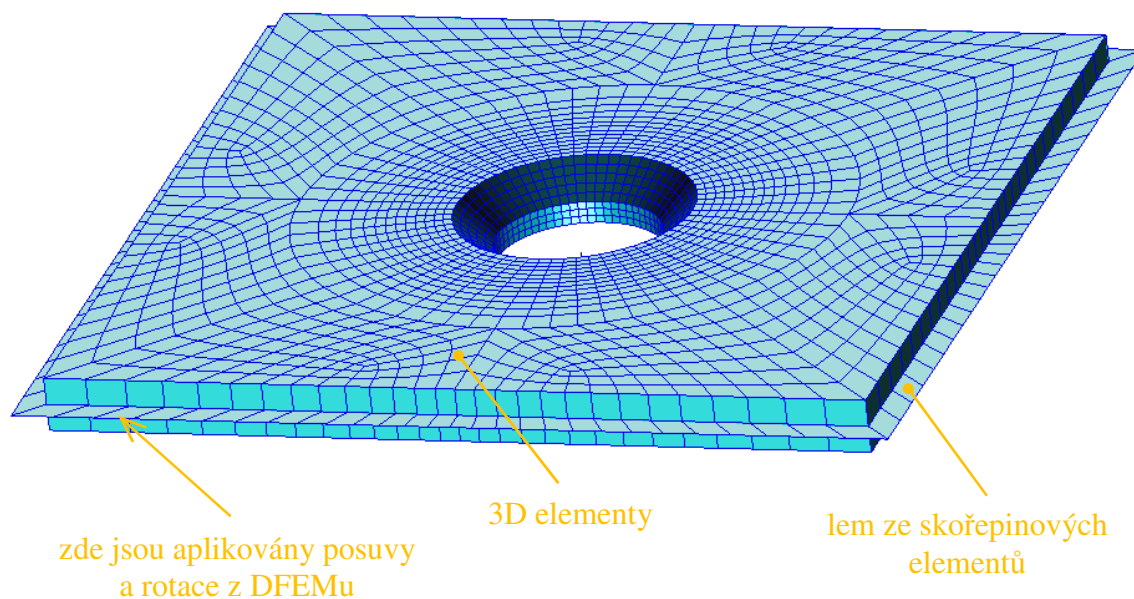
			Poměrný gradient		Gradient napětí		Maximální špička napětí	
			$\chi_\sigma$	Chyba [%]	$\left(\frac{d\sigma_y}{dx}\right)_{x=0}$	Chyba [%]	$\sigma_y$	Chyba [%]
Analytické řešení			0,933	---	2,800	---	3,000	---
3D prvky	Lineární interpolace	Defaultní nastavení (osmi-uzlový prvek)	0,990	6,1	3,011	7,5	3,041	1,4
		Integrace 2x2x2	0,898	-3,8	2,719	-2,9	3,029	1,0
		Integrace 3x3x3	0,524	-43,8	1,570	-43,9	2,995	-0,2
		Integrace 3x3x3 (jemná síť)	0,529	-43,3	1,589	-43,2	3,003	0,1
	Kvadratická interpolace	Defaultní nastavení (osmi-uzlový prvek)	1,083	16,0	3,294	17,6	3,041	1,4
		Integrace 2x2x2	0,897	-3,9	2,717	-3,0	3,029	1,0
		Integrace 3x3x3	0,343	-63,3	1,026	-63,3	2,995	-0,2
		Integrace 3x3x3 (jemná síť)	0,343	-63,3	1,030	-63,3	3,003	0,1
2D prvky	Lineární interpolace	Lineární prvek	0,947	1,5	2,851	1,8	3,010	0,3
		Kvadratický prvek	0,886	-5,1	2,658	-5,1	3,001	0,0
	Kvadratická interpolace	Lineární prvek	1,022	9,5	3,077	9,9	3,010	0,3
		Kvadratický prvek	0,886	-5,0	2,660	-5,0	3,001	0,0

Na základě výsledků analýzy může být doporučeno používat pro predikci maximální špičky a gradientu napětí z preprocesoru MSC Patran (s jeho defaultním nastavením interpolační funkce „Shape Function“) 3D kvadratické elementy s integračním schématem 2x2x2. Dalším výsledkem analýzy je, že pokud je součást (deska) dostatečně tenká (nastane na ní stav rovinné napjatosti) je lepší i výhodnější použít 2D kvadratické elementy. Výhodnější je to v tom, že výrazně uspoří výpočtový čas.

## 8.2 Propojování 2D a 3D sítě konečných prvků

Problém s propojováním 2D a 3D elementů může například nastat, pokud je nutné kritickou oblast modelovat pomocí 3D elementů (například zahloubení pro hlavu zápusťného nýtu v potahu), avšak síť, ze které se vychází (síť DFEMu) je modelována pouze pomocí 2D elementů.

Nesrovnalost je v tom, že uzly 2D elementů mají 6 stupňů volnosti (3 posuvy a 3 rotace) kdežto uzly 3D elementů mají pouze 3 stupně volnosti (3 posuvy). V tomto případě by při použití submodelingu musel být ještě před aplikací okrajových podmínek na submodel zařazen proces složitého přepočtu tří posuvů a tří rotací z uzlů 2D elementu na tři posuvy uzlu 3D elementu. Tento problém však lze elegantně obejít tím, že se na vnější obvod submodelu, který je vytvořen 3D elementy, připojí lem tvořený 2D elementy. Na vnější uzly lemu již lze aplikovat posuvy a rotace z modelu s 2D elementy, stupně volnosti vnějších uzlů lemu a DFEMu si odpovídají (Obr. 57).



**Obr. 57 - SFEM**

Otázkou zůstává jak k sobě 2D elementy a 3D elementy v submodelu připojit. Řešič MSC Nastran podporuje hned několik přístupů jako tohoto připojení docílit. Některé z nich jsou níže vyjmenovány:

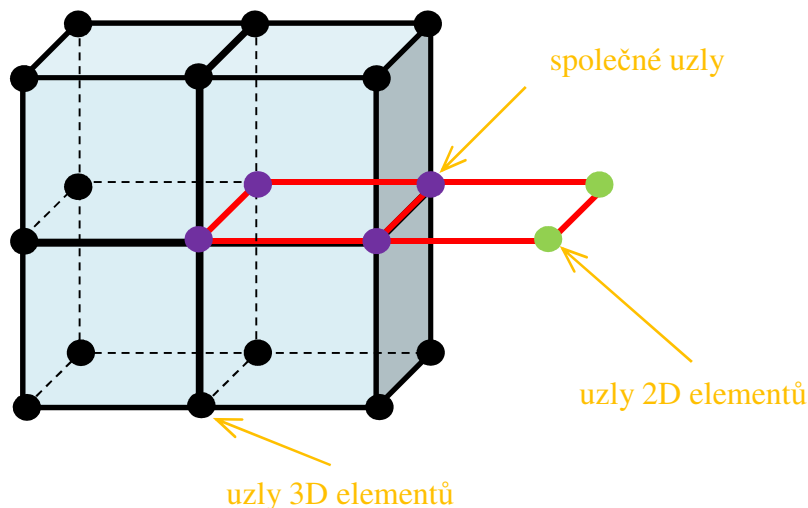
- použití kontaktu – glue / lepený,
- použití RBE prvků,
- zapuštění 2D elementu do těla 3D elementů,
- užití přechodových elementů RSSCON (Shell-to-Solid Element Connector).

RBE prvky i přechodové RSSCON elementy patří do skupiny MPC prvků.

Při užití kontaktu typu glue, k sobě jsou 2D a 3D elementy přilepeny. Při užití tohoto způsobu připojení musejí mít 2D a 3D elementy společné hrany elementů, společné uzly však mít nemusí. [29]

Ke spojení 2D a 3D elementů lze taktéž použít tuhý prvek RBE3 (Interpolation Constraint Element). Tyto prvky zajistí transformaci rotačního stupně volnosti z uzlu 2D elementu na translační stupeň volnosti uzlu 3D elementu jednoduše tak, že uzel 3D elementu, na který je připojen RBE3 prvek, nenáleží rovině 2D elementu, čímž vzniká rameno, přes které je rotace přetransformována na posuv (obdobu momentu silové dvojice). [30]

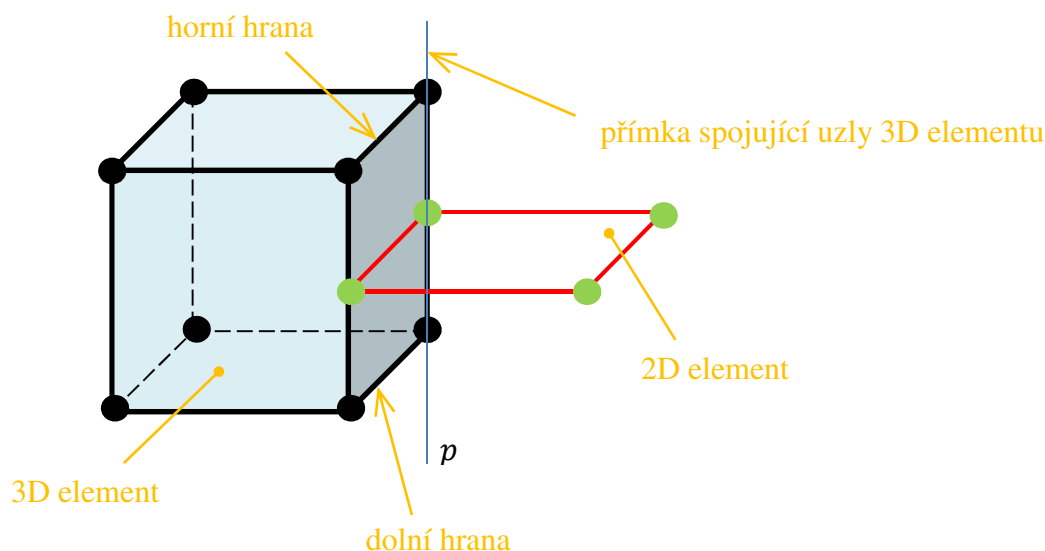
Při zapuštění 2D elementů do těla 3D elementů nekončí 2D elementy na vnějším okraji 3D elementů ale končí až uvnitř těla 3D elementů (Obr. 58). Rotace jsou z uzlu 2D elementů přetransformovány na uzly 3D elementy podobným principem jako u RBE3 prvků, taky zde vzniká rameno, přes která je rotace přetransformována na posuv.



**Obr. 58 - Zapuštění 2D elementů do těla 3D elementů**

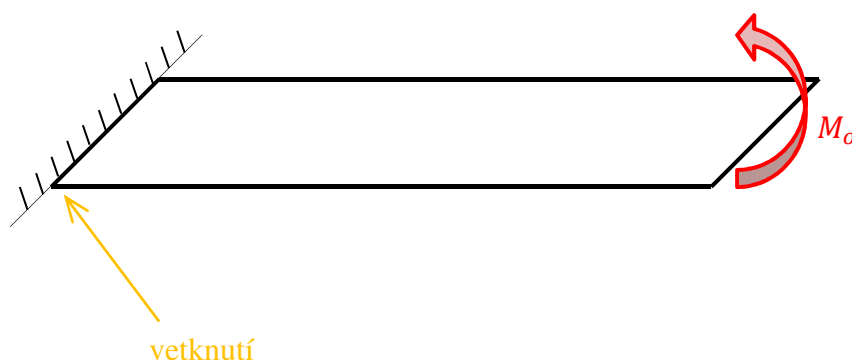
Prvky RSSCON, které má ve svém balíku software MSC Nastran, se aplikují podobně jako RBE prvky. Do software MSC Nastran lze tyto prvky zadávat dvěma způsoby. Buď se musí zadat dva spojující se elementy, tedy skořepinový a 3D element, nebo se zadávají dva uzly 3D prvku a jeden uzel skořepinového prvku. Podmínka, která musí být splněna, aby došlo k propojení, je ta, že uzel 2D elementu musí ležet na přímce  $p$  spojující uzly 3D elementu (Obr. 59). Doporučení pro použití těchto prvků je,

že tloušťka 3D elementu na který je RSSCON připojen by měl mít tloušťku odpovídající tloušťce připojovaného plechu. Princip elementu RSSCON spočívá ve vytvoření setu vícebodových omezení (multipoint constraint). Rotační a translační stupně volnosti uzlů 2D elementu jsou transformovány na translační stupně volnosti uzlů náležící horní a dolní hraně 3D elementu. [28]



**Obr. 59 – Popis 2D a 3D elementů pro použití RSSCON**

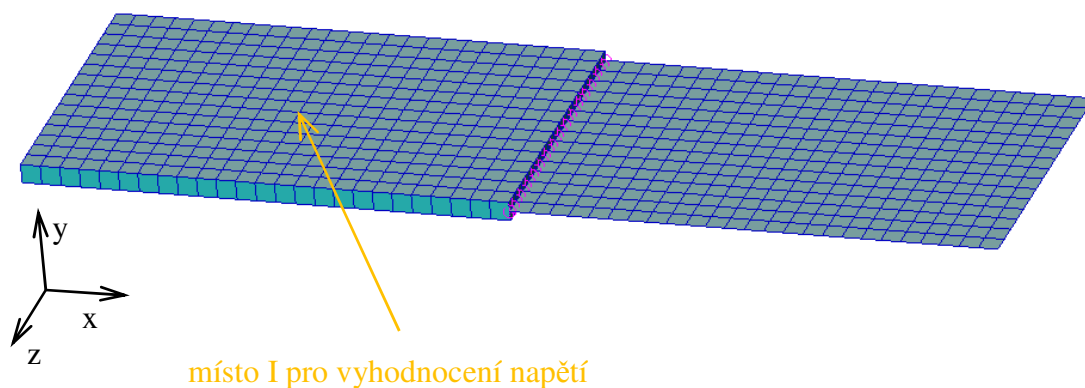
Pro ověření chování vybraných metod spojování je provedena částečná validace. Ověření je provedeno na desce, která je na jedné straně vetknutá, na druhé pak působí moment (Obr. 60). Jelikož je deska namáhána ohybem, lze posoudit, jak prvky přenášejí rotaci z 2D elementů na posuvy 3D elementů.



**Obr. 60 - Vetknutá deska**

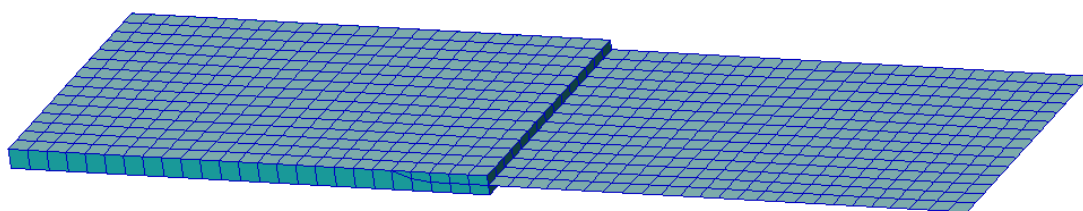
Jedna polovina desky je modelována skořepinovými elementy, druhá pak 3D elementy. Je testováno spojení pomocí RSSCON a spojení metodou zapaštění 2D (skořepinových) elementů do těla 3D elementů. Síť skořepinových elementů je u každého z výpočtu

stejná, kdežto síť 3D elementů se mění. Elementy se však mění jen v oblasti připojení. Propojení elementů pomocí RSSCON je na Obr. 61.



**Obr. 61 - Propojení 2D a 3D elementů pomocí RSSCON**

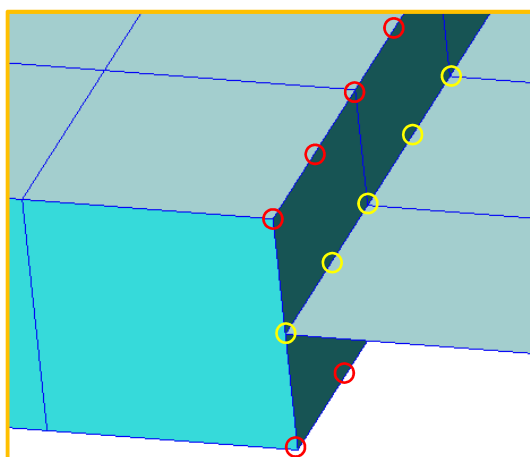
Propojení elementů zapuštěním pak je na Obr. 62.



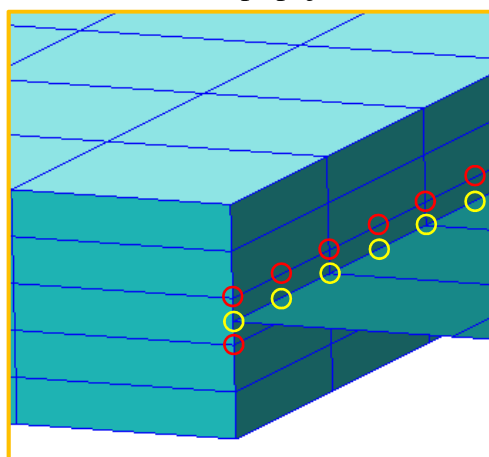
**Obr. 62 - Propojení 2D a 3D elementů zapuštěním**

Počet 3D elementů po tloušťce plechu může být na hranici SFEMu různý. Na Obr. 63 jsou uvedeny jednotlivé způsoby připojení RSSCON prvků, které mohou v praxi nastat. Červeně jsou označeny uzly 3D elementů, na které je prvek RSSCON vazben. Žlutě jsou označeny uzly 2D sítě, ze kterých prvek RSSCON vychází.

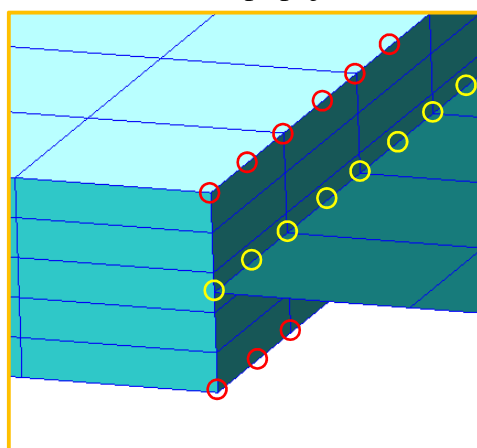
Připojení A – jeden 3D element



Připojení B – více 3D elementů  
/ krátké připojení



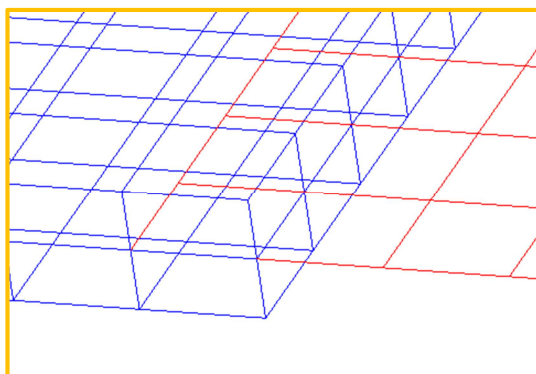
Připojení C – více 3D elementů  
/ dlouhé připojení



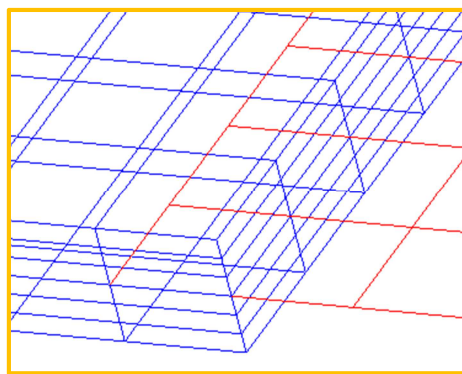
**Obr. 63 - Způsoby připojení RSSCON prvků**

V případě propojení 3D a 2D sítě si musí uzly obou sítí v místě propojení odpovídat. Propojení tedy nelze provést ke spojení plechu, kdy je po tloušťce plechu použit jen jeden element. Způsoby propojení 3D a 2D sítě pomocí RSSCON prvků jsou na Obr. 64.

Připojení D – dva 3D elementy



Připojení E – více 3D elementů



**Obr. 64 - Způsoby připojení elementů zapuštěním**

Z analýzy všech použitých způsobů připojení vyplývá, že na hranici a v blízkém okolí této hranice propojení 2D a 3D sítě nelze výsledky napětí považovat za správné. Výsledky z této oblasti tedy není možné použít. Výsledky napětí, které jsou dále uvedeny, jsou vyhodnoceny mimo tuto oblast. Z vyhodnocované oblasti je taktéž vyloučena oblast, kde je deska vetknuta. Aby bylo možno jednotlivé způsoby propojování sítí zhodnotit, je výpočet proveden i na stejně zatížené desce, na které jsou použity pouze 2D elementy. K výsledkům z výpočtu, kdy jsou užity jen 2D elementy, jsou vztaženy výsledky ostatní, tedy ty, kdy se propojovala 2D a 3D síť. Místo pro vyhodnocování napětí je zřejmé z Obr. 61. Je vyhodnocováno ohybové napětí, tedy napětí v ose  $x$ .

Výsledky z analýzy jednotlivých způsobů propojování sítí jsou v Tab. 8.

**Tab. 8 - Analýza jednotlivých způsobů propojování sítí**

Způsob modelování / připojení		Napětí na dolní straně plechu v místě I	Rozdíl	Napětí na horní straně plechu v místě I	Rozdíl	Maximální průhyb	Rozdíl
		$\sigma_D$ [MPa]	$\Delta \sigma_D$ [%]	$\sigma_H$ [MPa]	$\Delta \sigma_H$ [%]	$w_{MAX}$ [mm]	$\Delta w_{MAX}$ [%]
Síť pouze z 2D elementů		76,84	---	-76,84	---	5,43	---
RSSCON	Připojení A	76,86	0,03	-76,86	0,03	5,41	0,36
	Připojení B	76,86	0,03	-76,86	0,03	5,97	9,94
	Připojení C	76,86	0,03	-76,86	0,03	5,44	0,18
Zapuštění elementů	Připojení D	76,82	0,03	-76,82	0,03	5,43	0
	Připojení E	76,82	0,03	-76,82	0,03	5,44	0,18

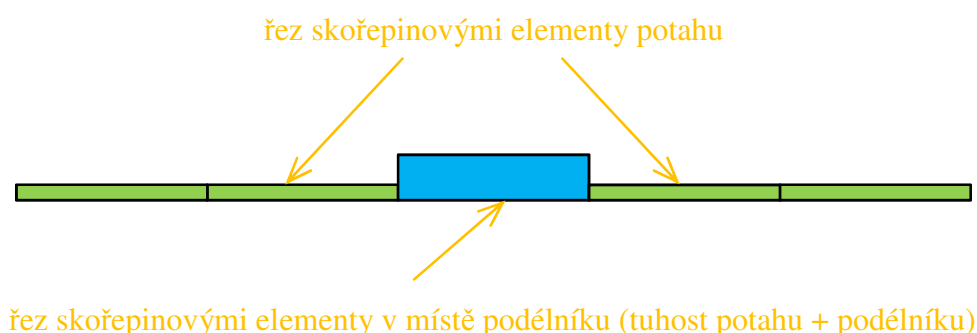
Z analýzy vyplývá, že pokud mají být použity prvky RSSCON k propojení 2D a 3D elementů na plechu (potahu) musí být připojení realizováno na uzlech, které náleží vnějšímu a vnitřnímu povrchu plechu. Při navázání prvků RSSCON na vnitřní uzly není tuhost přenesena dostatečně přesně. Pokud je však ke spojení 2D a 3D elementů užito zapuštění 2D elementů do těla 3D elementů, pokles přesnosti přenosu tuhosti je nevýznamný i při zvyšujícím se počtu elementů po tloušťce. Napětí, které je vyhodnocováno v místě neovlivněném přechodem prvků, je u obou metod dostatečně přesné a tedy vyhovující.

Jelikož je předpokládáno, že při modelování SFEMu, bude na jeho hranici po tloušťce více elementů, je výhodnější použít metodiku zapuštění. V software MSC Patran je metodika zapuštění mnohem méně časově náročná než metodika při použití prvků RSSCON. V práci je dále používána metodika zapuštění.

### 8.3 Rozbor DFEMu a jeho užití k predikci životnosti nýtového spoje podélníku s potahem

Tloušťka potahu bývá vzhledem k poloměru křivosti mnohonásobně menší, proto se potah ve velké většině případů, kdy je zapotřebí určit únosnost konstrukce (DFEM), modeluje pomocí 2D skořepinových elementů. Možností jak zaimplementovat tuhost podélníku do DFEMu je vícero.

V některých případech, kdy například nejsou kritickou oblastí nýtové spoje, se podélníky vůbec nemodelují. Vliv tuhosti podélníků je do DFEMu implementován tím, že mají skořepinové elementy simulující potah v místě podélníků rozdílné vlastnosti (odlišná tloušťka plechu). Řez DFEMem v místě podélníků pak vypadá následovně (Obr. 65) – 2D elementy jsou zobrazeny v řezu i s jejich tloušťkou.



**Obr. 65 - Zjednodušená zahrnutí tuhosti podélníku do DFEMu**

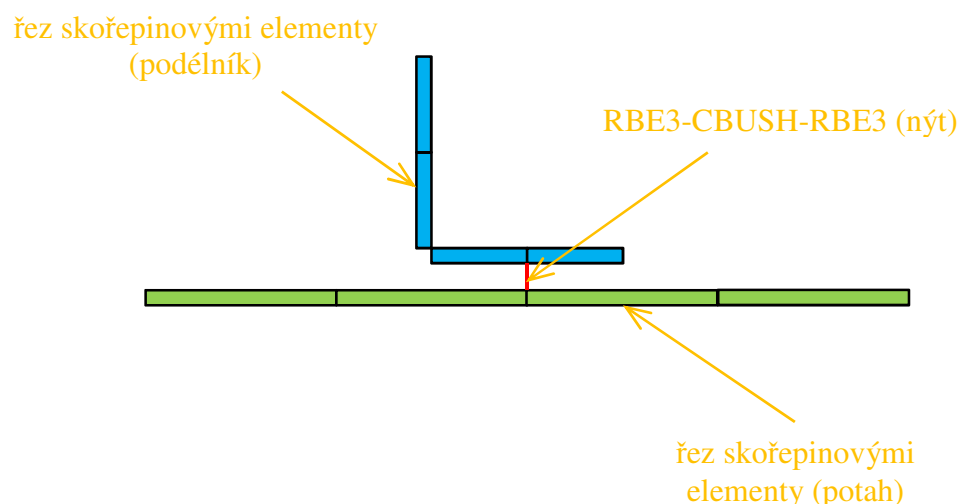
Další možností jak do DFEMu zaimplementovat tuhost podélníku je jeho náhrada nosníkovými prvky (beam). Nosníkové prvky jsou na skořepinové implementovány přímo, uzly nosníkových a skořepinových prvků jsou totožné (viz Obr. 66) – skořepinové elementy jsou zobrazeny v řezu i s tloušťkou elementů (řez je veden jinou rovinou než u Obr. 65).



**Obr. 66 - Modelování podélníku nosníkovými prvky**



Poslední uvedenou metodou jak lze podélník v GFEMu modelovat je užití skořepinových elementů. Schéma modelování je na Obr. 67. (zobrazeno ve stejném řezu jako Obr. 65). Tloušťka jednotlivých částí profilu (např. L profilu) je vzhledem k poloměru křivosti několikrát menší a proto lze tento přístup užít. Modelování podélníku skořepinovými elementy se používá v praxi nejčastěji. Z takového modelu pak lze snadno odečíst síly, jež přenášejí jednotlivé nýty.



**Obr. 67 - Modelování podélníku v GFEMu 2D prvky**

Jak již bylo výše zmíněno v DFEMu obecně nebývají implementovány otvory pro nýty. Připojení skořepinových prvků podélníku na skořepinové prvky nahrazující potah se provádí pomocí řetězce RBE3-CBUSH-RBE3 nebo jen pomocí nosníkových prvků nahrazující nýt.

Prvotním cílem k určení únavové životnosti spoje podélníku s potahem je určení kritického otvoru v potahu a podélníku. Protože ale v DFEMu nejsou v podélníku ani potahu otvory modelovány, musí být kritický otvor z DFEMu určen pouze na základě rozboru jeho napjatostního stavu. Kritický otvor se pak detailně promodeluje pomocí submodelingu, který určitým způsobem navazuje na DFEM.

#### **8.4 Rozbor metodik a způsobu submodelingu spoje podélníku s potahem pro predikci životnosti**

Protože se nejvíce v praxi používá metoda modelování DFEMu, kdy je podélník i potah modelován skořepinovými elementy, je následující text zaměřen především na tento způsob modelování.

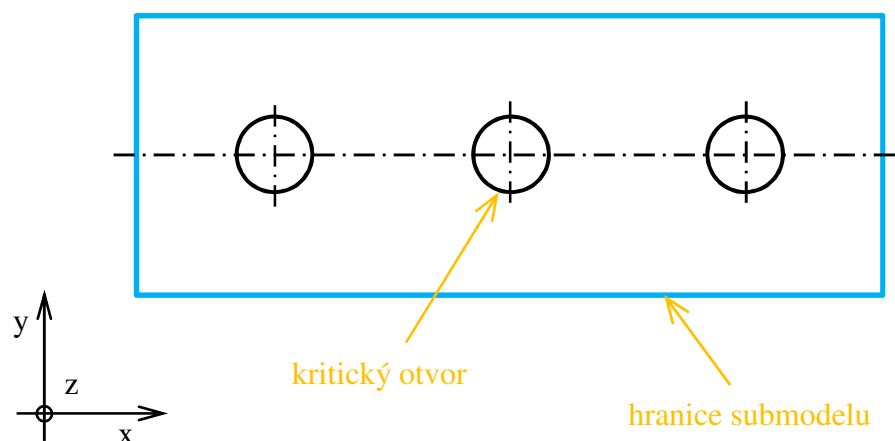
Jednou z vlastností MKP je, že při zvyšujícím se počtu konečných prvků, se snižuje chyba způsobená numerickou diskretizací. Přesné řešení diferenciálních rovnic sice numerickým výpočtem většinou dosáhnout nelze, lze se mu však přiblížit. Je nutno zmínit ještě další důležitou vlastností MKP. Se zvyšujícím se počtem konečných prvků roste úměrně výpočtový čas a s tím spojené náklady. Užití velkého počtu elementů na reálných konstrukcích v praxi je tedy nereálné. Je tedy nutné najít takovou metodiku, která by do jisté míry splňovala obě tyto protichůdné podmínky:

- dostatečné přesné výsledky pole napětí v okolí vrubu,
- v praxi akceptovatelný výpočetní čas.

Těmto podmínkám nejlépe vyhovuje metoda submodelingu. Je to metoda detailního výpočtu nad malou, většinou kritickou oblastí struktury. Metoda submodelingu vždy vychází z modelu vyššího stupně, na kterém je užita hrubší síť konečných prvků. Nalezení vhodné metody submodelingu je jedním z cílů této diplomové práce. Není však cílem stanovovat metodiku, která by byla univerzální pro jakýkoliv konstrukční prvek popřípadě uzel. Tato práce se zaměřuje pouze na jediný konstrukční uzel a to spojování podélníku s potahem na křídle letounu nýtováním.

Je tedy zřejmé, že z důvodů časové náročnosti, není možné použít jemnou síť na celé struktuře GFEMu. Například struktura spojování potahu s podélníkem v sobě skrývá nespočet děr. Modelovat detailně celou strukturu i se zahluobenými otvory pro nýty by tedy nemělo smysl. Z analýzy provedené na konci kapitole 6.2 je zřejmé, že pro případ spojování podélníku s potahem na křídle, se SFEM aplikuje pouze na tu část potahu, kde se vyskytuje kritický otvor.

Protože v DFEMu, z něhož je submodel odvozen, nejsou otvory pro nýty modelovány, nelze pro hranice submodelu zvolit pouze oblast kolem jediného otvoru. Jak je zřejmé z kapitoly 6.2, vícenásobné nýtování ovlivňuje pole napětí kolem jednotlivých otvorů. Proto musí být volena taková hranice submodelu, aby byl tento jev postihnout. Pokud tedy má kritický otvor po svých stranách otvory, je nutné do submodelu zahrnout i tyto sousední otvory (Obr. 68).



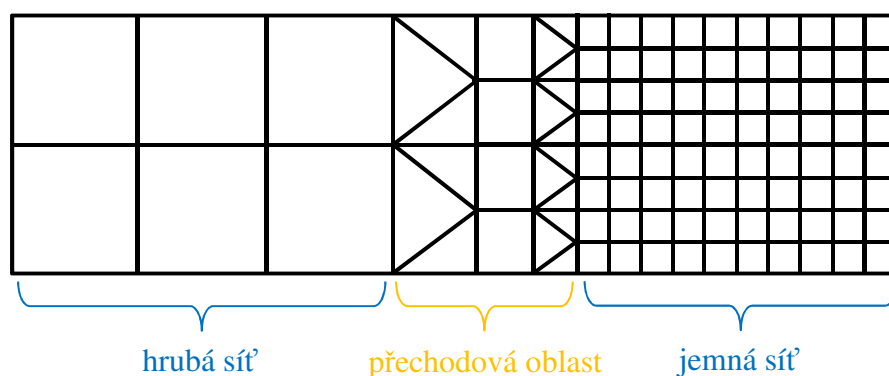
**Obr. 68 - Hranice SUBFEMu**

Nutno však podotknout, že i když jsou oba sousední otvory do SFEMu zahrnuty, nemusí se tyto otvory modelovat tak detailně jako otvor kritický.

Dále jsou uvedeny některé ze způsobů submodelingu, které podporuje řešič MSC Nastran.

#### 8.4.1 Implementace jemné sítě přímo do DFEMu

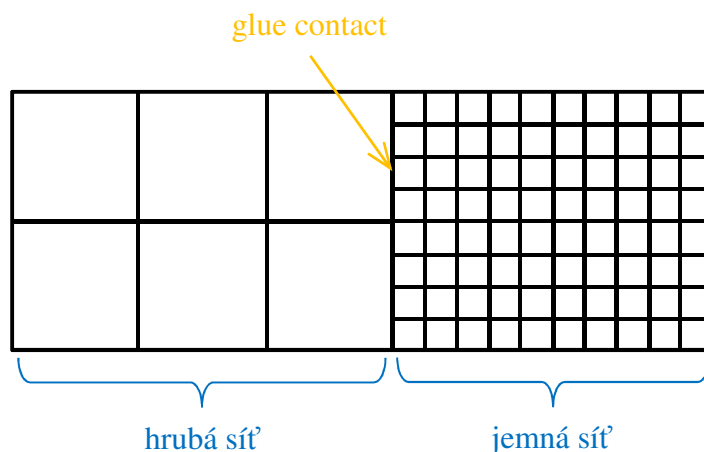
Sice nejde v pravém slova smyslu o submodeling, výsledky s takto připravenou sítí na DFEMu lze srovnat s aplikací submodelingu. Implementovat jemnou síť do DFEMu s relativně hrubou sítí lze minimálně dvěma způsoby. Prvním způsobem jak navázat jemnou síť na hrubou je postupným zmenšováním elementů. Tento princip je ukázán na příkladu navázání 2D elementů (Obr. 69). Nevýhodou tohoto způsobu tvorby sítě je jeho pracnost. Uzly sítě sousedních elementů si musí odpovídat.



**Obr. 69 - Postupný přechod sítě**

Druhým způsobem, jak navázat jemnou síť na síť hrubou, je použití kontaktu – glue contact. Tento typ kontaktu k sobě „slepí“ dvě sousední hrany elementů. V tomto

případě není nutné, aby si uzly na společné hranici jemné a hrubé sítě odpovídaly (Obr. 70). Není tudíž tak časově náročný jako předešlý postup.

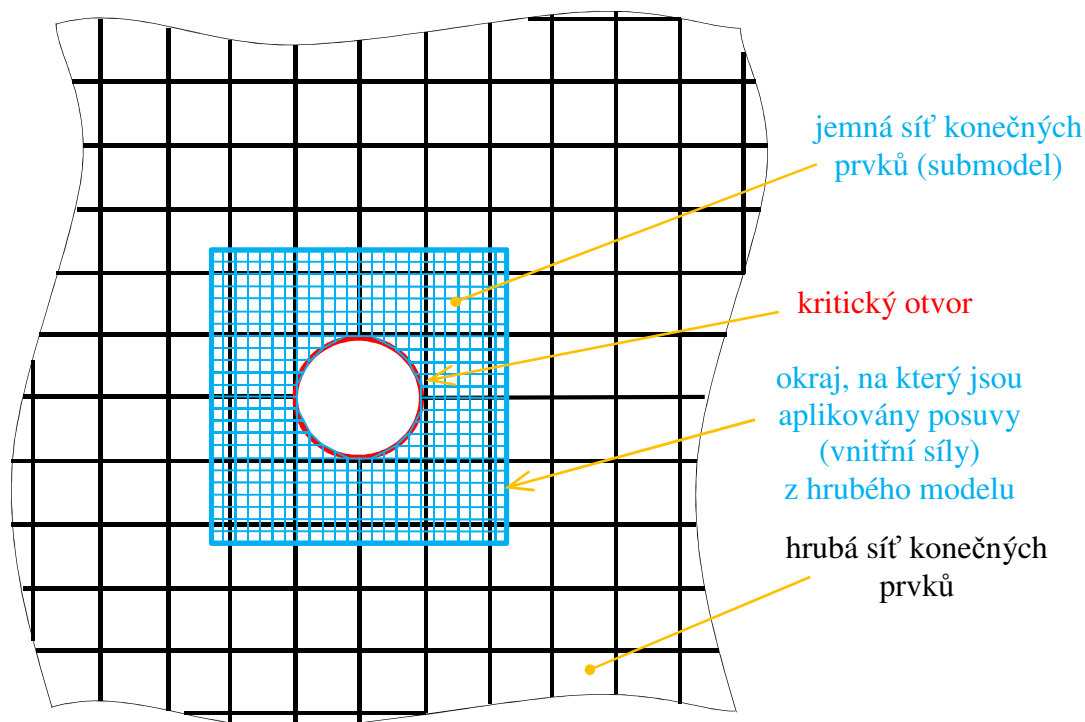


**Obr. 70 - Glue contact**

Pokud existuje více potenciálních kritických míst struktury, lze síť zjemnit ve více místech, tím však narůstá výpočtový čas i čas přípravy MKP modelu.

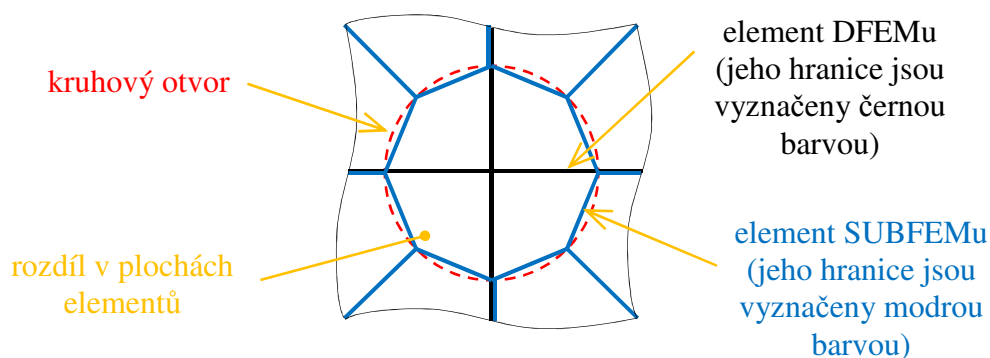
#### **8.4.2 Submodeling – posuvová metoda a metoda vnitřních sil**

Oba principy submodelingu spočívají v tom, že se nejprve spočte DFEM. Primárními výsledky výpočtu nad DFEMem jsou posuvy, případně rotace uzlů. V prvním principu submodelingu jsou těmito posuvy (rotacemi) pak nepřímo zatíženy krajní uzly kritické oblasti, submodelu. Ve druhém principu jsou na krajní uzly submodelu implementovány interní síly respektive momenty z DFEMu. Kritická oblast je promodelována mnohem pečlivěji, je užita velmi jemná síť konečných prvků (Obr. 71). Hranice elementů DFEMu a SFEMu nemusí být totožné. Posuvy a rotace (síly a momenty) z hrubé sítě jsou na hraniční elementy SFEMu aplikovány do uzlů interpolační metodou.



**Obr. 71 - Princip první metody submodelingu**

Nevýhodou submodelingu může být skutečnost, že při implementaci submodelu do DFEMu, nemusí být dosaženo správného výsledku. Důvodem této nedokonalosti submodelingu jsou rozdílné tuhosti submodelu a části hrubého modelu odpovídající svou polohou submodelu. Problém je vysvětlen na desce s otvorem (Obr. 72), která je modelována 2D elementy. Rozdíl v tuhostech je evidentní. Elementy SFEMu vytvářejí n-úhelníkový otvor, kdežto v DFEMu žádný otvor modelován není. Ze Saint-Venantova principu však vyplývá, že vrub způsobuje pouze lokální změnu deformačního a napětového pole. V případě, že hranice submodelu je zvolena dostatečně daleko od vrubu, je tento více uvedený negativní vliv změny tuhosti potlačen.



**Obr. 72 - Část SUBFEMu a DFEMu**

Výhodou submodelingu je velká úspora výpočetního času, jelikož je jemně vysíťována jen potřebná (relativně malá) oblast kolem kritického uzlu konstrukce, nazývaná submodel. Užití submodelingu má i další výhodu. Tím, že je celá soustava nejprve vypočtena na hrubém modelu (DFEM), lze z výsledků hrubého modelu již předem vybrat kritickou oblast, kde se poté implementuje submodel. Nevýhodou této metody však je, že není vhodná tam, kde jsou v submodelu velké změny tuhosti nebo jestliže je podstatně odlišná tuhost hrubého modelu od tuhosti submodelu.

### 8.4.3 Substructuring

Substructuring se hojně využívá v letectví a lze ho též zařadit mezi jednu z metod submodelingu. Pomocí substructuringu se od DFEMu postupně přechází na menší struktury (SFEM). Standartní výpočet je prováděn jen nad oblastí substruktury, v případě predikce životnosti to může být např. blízké okolí kritického otvoru. Okolní struktura je i s okrajovými podmínkami na ni aplikovanými kondenzována (statická kondenzace) do jediného elementu, nazývaného superelement. Tento superelement je poté implementován na okraj substruktury.

Metoda substructuringu dává dle [31] stejné řešení jako by byla modelována a počítána celá struktura. Velmi důležitou vlastností statické kondenzace je to, že okrajové podmínky (superelement) na hranici submodelu jsou závislé pouze na tuhosti a zatížení zbylé části a nejsou nijak závislé na tuhosti submodelu [31]. Tato skutečnost umožňuje úpravy submodelu, aniž by musela být znovu provedena statická kondenzace. [31]

Nevýhodou substructuringu je, že i zde musí být předem známá kritická oblast struktury, na níž je pak substruktura aplikována. Pokud není předem známé kritické místo, podstatně klesá efektivita této metody. Další nevýhodou je skutečnost, že užitím substructuringu nijak nelze postihnou nelinearity okolní struktury. Substructuring je tedy možno použít jen v případě, že nelineární chování okolí substruktury nijak nebo jen velmi málo ovlivní pole napětí v substruktuře.

Ještě je nutno zmínit jednu důležitou poznámku. Pokud se užije některá z metod submodelingu, uvedené v kapitole 8.4.2, nebo substructuringu, je nutné do SFEMu (submodelu) vložit okrajové podmínky, které jsou v DFEMu aplikovány na oblast, kde se poté aplikuje SFEM.

## 8.5 Metodiky tvorby vnitřní struktury SFEMu

Potah i podélník lze obecně modelovat dvěma typy prvků, a to:

- skořepinovými (2D) elementy,
- 3D elementy.

Skořepinovými prvky nelze nijak postihnout fakt, že na otvoru v potahu je vytvořeno zahloubení pro zápustnou hlavu nýtu. Pro zahrnutí tohoto faktu do predikce životnosti musejí být použity korekční faktory, které jsou popsány dále v textu.

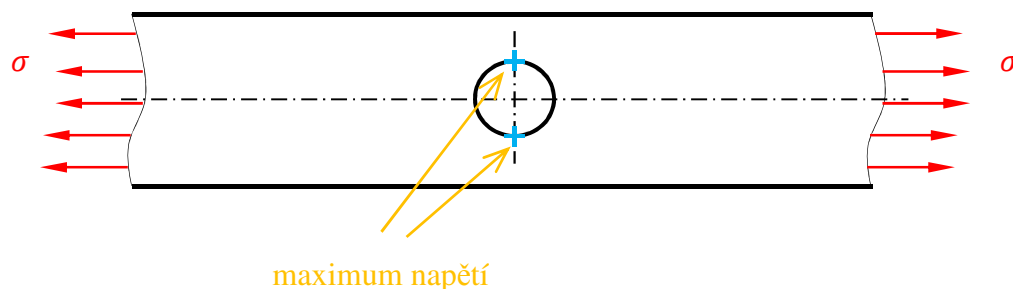
Z pohledu způsobu tvorby sítě lze metodiky rozdělit do dvou základních skupin:

- volná síť,
- mapovaná síť.

Volná síť se většinou používá jen k předběžným výpočtům nebo v té oblasti struktury, kde se napjatostní stav nevyhodnocuje. V kritické oblasti struktury se ve většině případů používá síť mapovaná.

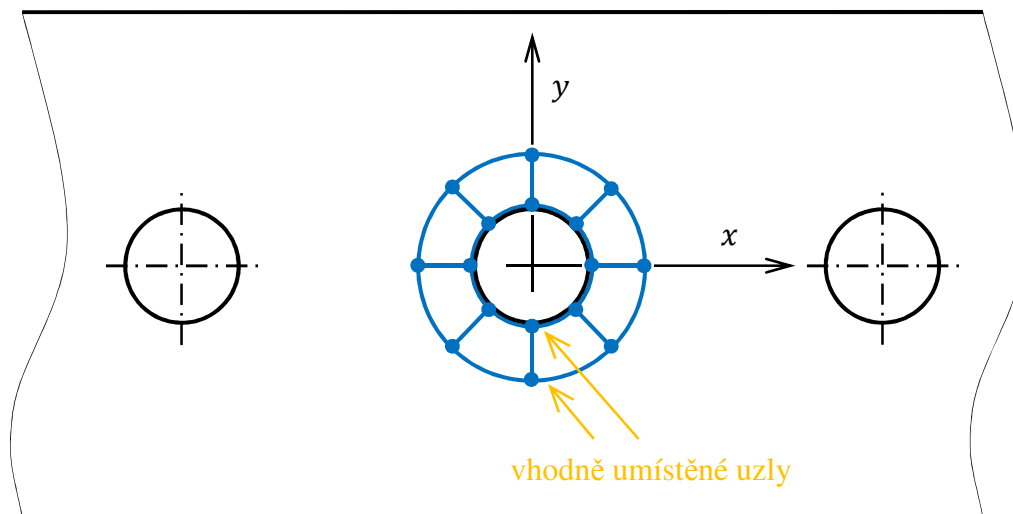
### 8.5.1 Vhodné umístění uzlů na hrubé konečnoprvkové síti tvořené skořepinovými elementy

Metodika se zakládá na tom, že se při únavovém výpočtu SFEMu použije jen taková síť konečných prvků, aby byly po obvodu čtvrtkružnice otvoru dva elementy, jde tedy o velmi hrubou síť. K tvorbě sítě dále náleží několik doporučení. Protože je zřejmé, kde je při tahovém namáhání desky (potahu) s kruhovým otvorem maximální špička napětí, je výhodné do tohoto bodu umístit uzel sítě konečných prvků (Obr. 73). Při jiném zatížení potahu (smyk) však toto rozmístění uzlů nemusí být ideální.



**Obr. 73 - Maximum napětí na desce s otvorem**

Dále je výhodné umístit i další uzly na osu  $y$  (Obr. 74). Implementování takto umístěných uzlů dovolí zhodnotit gradient napětí. Na desce s otvorem zatíženého dle Obr. 73 se gradient napětí vyhodnocuje právě podle osy  $y$ .



**Obr. 74 - Vhodně umístěné uzly 2D kořepinové sítě**

Výhodou této metodiky je zcela určitě nejnižší výpočtový čas. Použití pouze hrubé sítě se skořepinovými elementy však bude mít tyto nepříznivé důsledky:

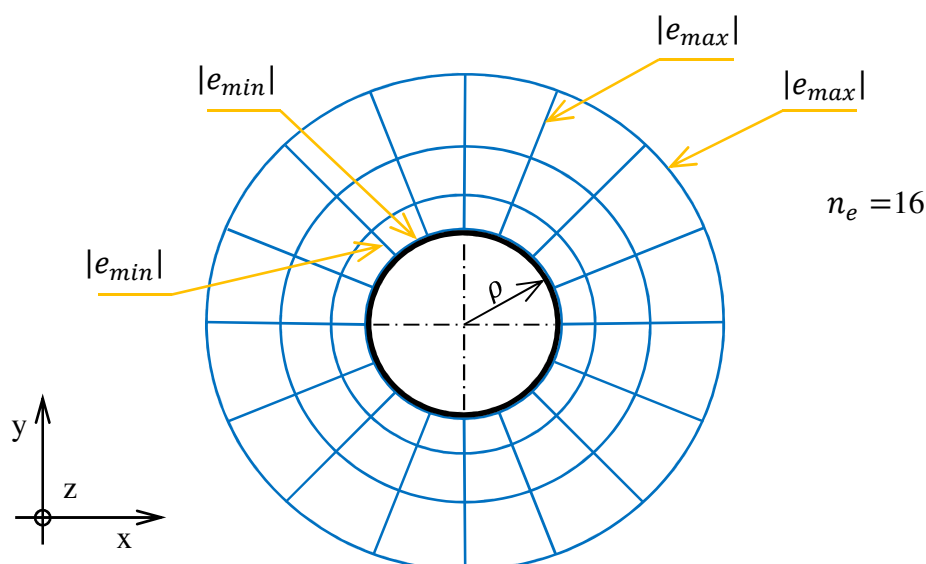
- použití skořepinových prvků nijak nepostihne fakt, že v potahu je vytvořeno zahlobení pro zápuštnou hlavu nýtu,
- taktéž lze očekávat nepřesné výsledky gradientu napětí vlivem hrubé sítě.

Z důvodů, že 2D síť nijak nelze popsat vliv zahlobení pro zápuštnou hlavu nýtu na napjatost (součinitel vrubu  $K_t$ ), je navrhnut korekční faktor  $k_z$ , který by tento vliv korigoval. Korekční faktor  $k_z$  je nutné určit ještě před implementováním metodiky a to pro jednotlivé rozměrové parametry zahlobení. Lze ho určit například doplňující MKP analýzou. Dalším navrhnutým faktorem je korekční faktor  $k_\sigma$ , který je užít ke stanovení gradientu napětí dle normály fiktivního radiusu na zahlobeném otvoru. Pro rozměrové parametry zahlobení a materiál potahu, které jsou užity na dolním panelu, je korekční faktor  $k_z = 1,26$  a  $k_\sigma = 1,1$ . (hodnoty jsou určeny z doplňujícího MKP výpočtu, obdobného jako je uveden v kapitole 6.2).

### 8.5.2 Radiální zahušťování skořepinových elementů kolem kritického otvoru

Princip radiálního zahušťování spočívá v zahušťování elementů v okolí kritického otvoru. Čím blíže jsou elementy otvoru, tím jsou elementy menší. Velikost elementů v radiálním směru se pak od počtu elementů po obvodu odvíjí (Obr. 75).





**Obr. 75 - Technika síťování v okolí otvoru**

Velikosti první řady elementů v závislosti na počtu elementů po obvodu otvoru popisuje rovnice (55).

$$e_{min} = \frac{2\pi\rho}{n_e}, \quad (55)$$

kde

$n_e$  počet elementů po obvodu kružnice vrubu.

Velikost elementů v poslední řadě pak popisuje rovnice (56):

$$e_{max} = \frac{2\pi\rho_{max}}{n_e}, \quad (56)$$

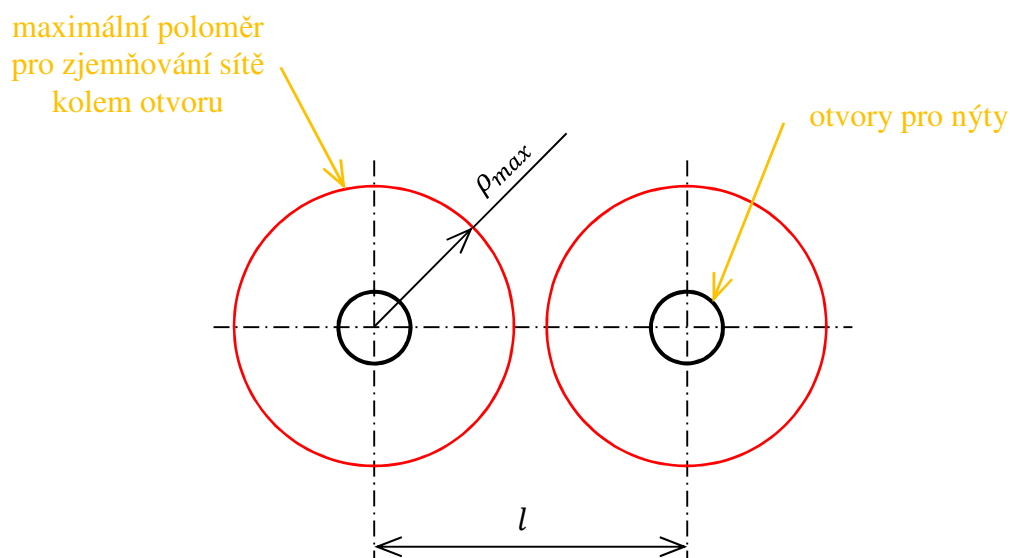
kde

$\rho_{max}$  poloměr maximální kružnice pro radiální zahušťování (Obr. 76).

Velikost elementů v oblasti mezi kružnicí odpovídající poloměru vrubu a maximální kružnicí pro radiální zahušťování leží v intervalu  $(e_{min}, e_{max})$ . Velikost elementů s rostoucím poloměrem stoupá lineárně.

Protože jsou díky vícenásobnému nýtování otvory v řadě za sebou, jeví se jako výhodné síť kolem jednotlivých otvorů zahušťovat tak, aby se kružnice popisující otvor tzv. nafukovala (viz Obr. 75). Vnější kružnici ohraničující radiální zjemňování sítě kolem otvoru však nelze zvyšovat neomezeně. Je omezena dalším otvorem v řadě, respektive další kružnicí ohraničující radiální zjemňování sítě kolem dalšího otvoru.

Maximální poloměr kružnice (Obr. 76), uvnitř které ještě může být použita tato technika zjemňování, se rovná polovině rozteči mezi po sobě následujícími otvory zmenšená o příslušnou hodnotu (aby se kružnice neprotnul).



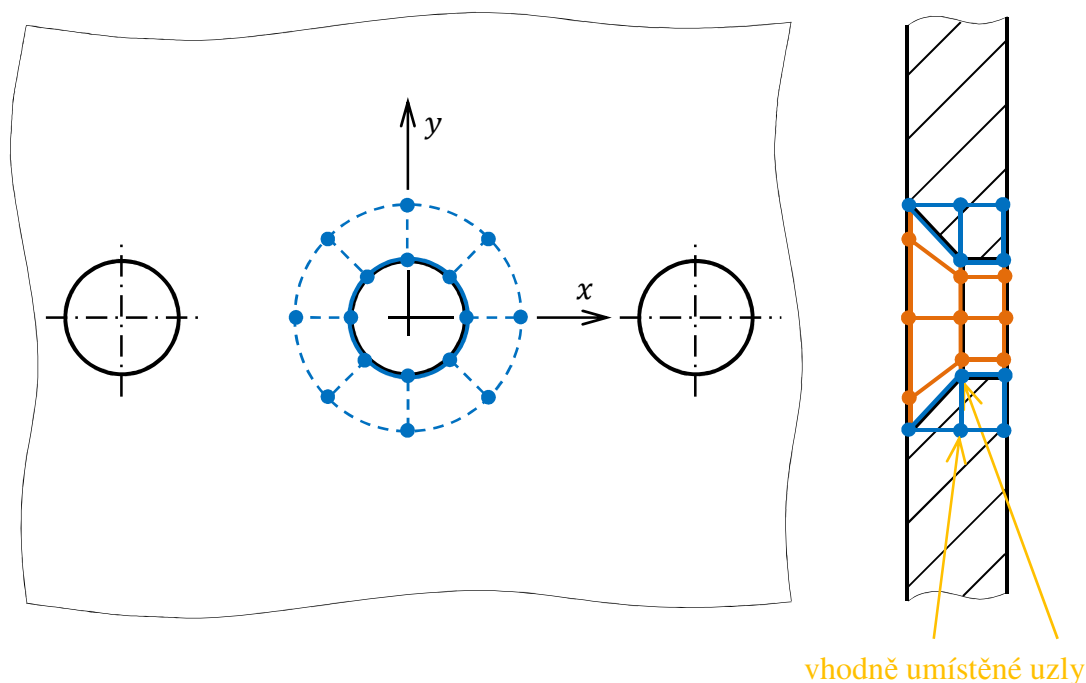
**Obr. 76 - Maximální poloměr pro radiální zjemňování sítě**

Jemné zahušťování je nutné provést jen na kritickém otvoru. Síť na zbylých dvou otvorech nemusí být nutně tak jemná. Protože hranice submodelu mají obvykle obdélníkový tvar, je nutno vytvořit síť i na zbylé části submodelu, tedy vně maximálních kružnic pro zjemňování sítě. Na těchto částech již mohou být použity elementy, jejichž velikost odpovídá velikosti elementů na vnější kružnici radiálního zjemňování. Je účelné i u této metodiky umístit uzel do míst, kde je predikována maximální špička napětí a tam odkud se počítá gradient napětí, tedy na osu  $y$  (Obr. 74).

I zde je nutné užít korekční faktor  $k_z = 1,26$  a  $k_\sigma = 1,1$  pro korekci vlivu zahloubení.

### 8.5.3 Vhodné umístění uzlů na hrubé konečnoprvkové síti tvořené 3D elementy

Podobně jako u 2D skořepinové sítě i zde jsou po čtvrt kružnici vrubu užity jen dva elementy, což odpovídá velmi hrubé síti. Aby byl zachycen vliv zahloubení pro nýt, jsou po tloušťce potahu použity dva elementy. Umístění uzlů je zde obdobné jako u 2D skořepinové sítě (viz kapitola 8.5.1). Jeden uzel je nutno umístit do predikovaného maxima napětí, další pak tak, aby jeho poloha byla výhodná pro určení gradientu napětí (Obr. 77) – zatížení je dle Obr. 73.

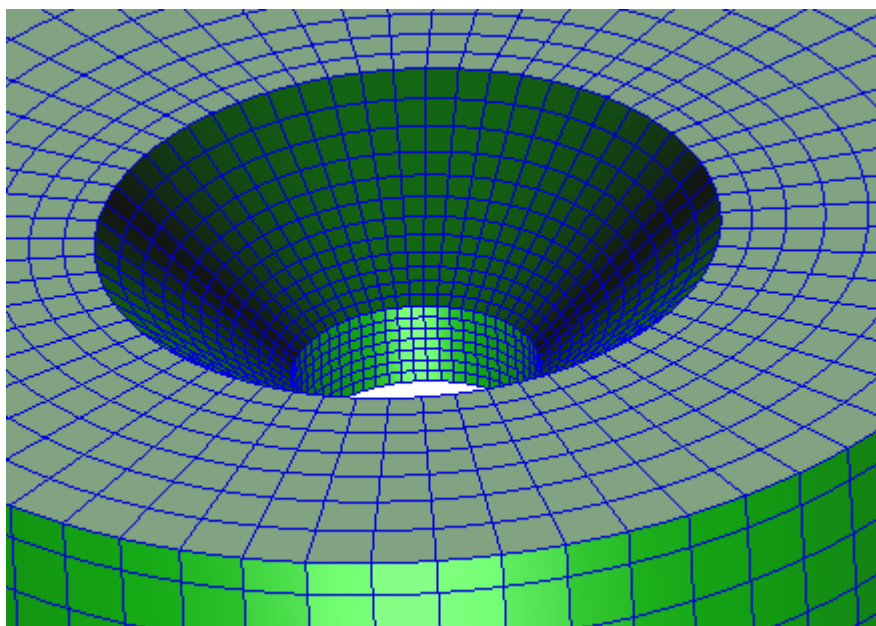


**Obr. 77 - Vhodně umístěné uzly 3D sítě**

U takto vytvořené sítě lze očekávat poměrně nepřesné určení gradientu napětí, protože elementy mají v okolí kořene vrubu velkou velikost. Gradient napětí se určí dle metodiky z kapitoly 6.3.

#### **8.5.4 Radiální zahušťování kolem kritického otvoru 3D elementy**

Princip radiálního zahušťování s 3D elementy je obdobný jako princip zahušťování s elementy skořepinovými (kapitola 8.5.1). Taky zde se elementy s rostoucí radiální souřadnicí zvětšují (Obr. 75). Velikost elementu na vnitřní kružnici závisí na počtu elementů po obvodu. Tuto závislost popisuje rovnice (55). Taky zde je nutno vysítovat všechny tři otvory a platí zde stejné podmínky pro maximální poloměr kružnice (Obr. 76). Velikost maximálního elementu popisuje rovnice (56). Nejjemněji síť musí být v okolí kritického otvoru. Velikost elementů ve směru osy otvoru by měla být taková, aby se všechny elementy tvarem podobaly krychli. Bez omezení lze tuto techniku použít v části otvoru bez zahloubení. V části, kde se nachází zahloubení, musí být technika modifikována. Při užití tohoto způsobu síťování vznikají kolem kořenu vrubu pouze elementy typu kvádr (hex). Síť v okolí otvorů, tedy i část kolem zahloubení, lze s výhodou vytvořit rotací (Obr. 78).



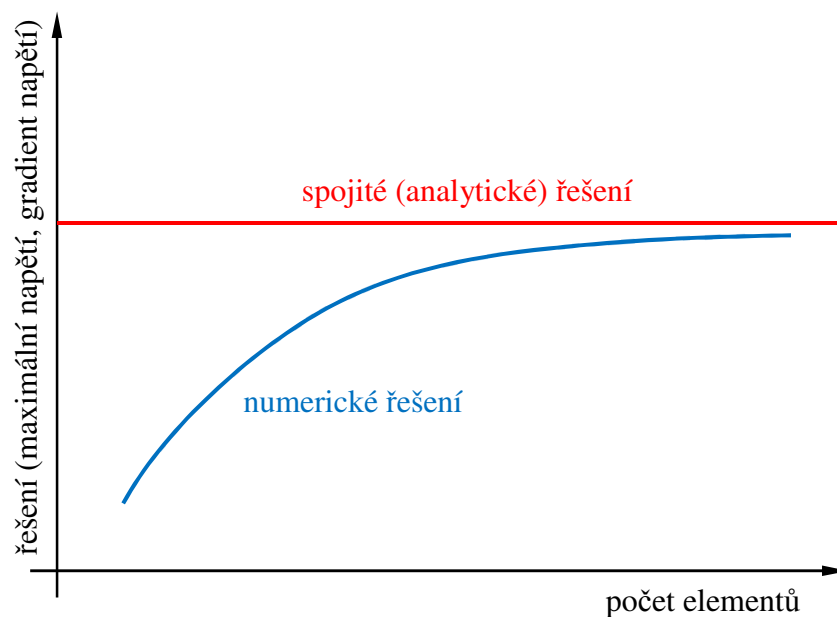
**Obr. 78 – SFEM v okolí vrubu**

Zbylá část submodelu, která není vysítována rotačním způsobem, lze dosítovat například metodou tažení.

Metodika umožní postihnout geometrickou změnu otvoru způsobenou zahloubením pro zápusťnou hlavu nýtu a nemusí tedy být použit žádný korekční faktor.

## **8.6 Testování jednotlivých metodik tvorby vnitřní struktury submodelu - SUBFEMu**

Aby bylo možné jednotlivé metodiky zhodnotit, provede se u některých metodik tzv. numerický experiment. Numerický experiment se zakládá na jedné z vlastností MKP. Při zahušťování sítě konečných prvků se numerické řešení blíží řešení spojitému (analytickému). Jak závisí přesnost numerického řešení na počtu elementů, je na Obr. 79. [32] Výsledky z metodik, u kterých by provádění numerického experimentu nemělo smysl, se následně srovnají s výsledky z metodik, kde se experiment prováděl.

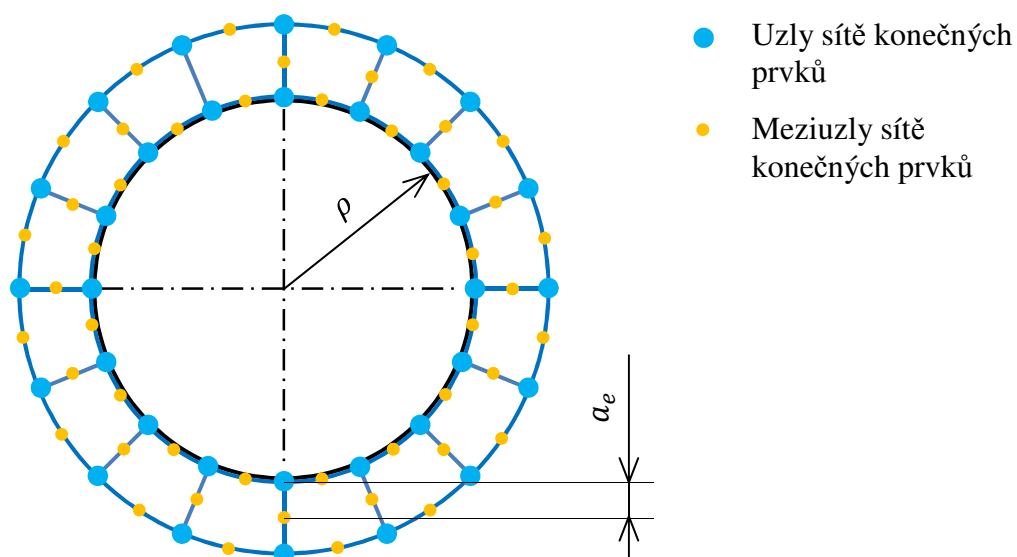


**Obr. 79 - Závislost numerického řešení na počtu elementů [32]**

Numerický experiment je proveden u dvou metodik:

- radiální zahušťování skořepinových elementů kolem kritického otvoru,
- radiální zahušťování kolem kritického otvoru 3D elementy.

U obou těchto metod je při provádění numerického experimentu jedinou nezávisle proměnnou počet elementů po obvodu kruhového otvoru. Počet elementů po obvodu otvoru však přímo souvisí s velikostí elementů (Obr. 80), respektive se vzdáleností mezi uzlem a meziuzlem elementu na hraně téhož otvoru (vrubu).



**Obr. 80 - Vzdáleností mezi uzlem a meziuzlem elementu v kořeni vrubu**

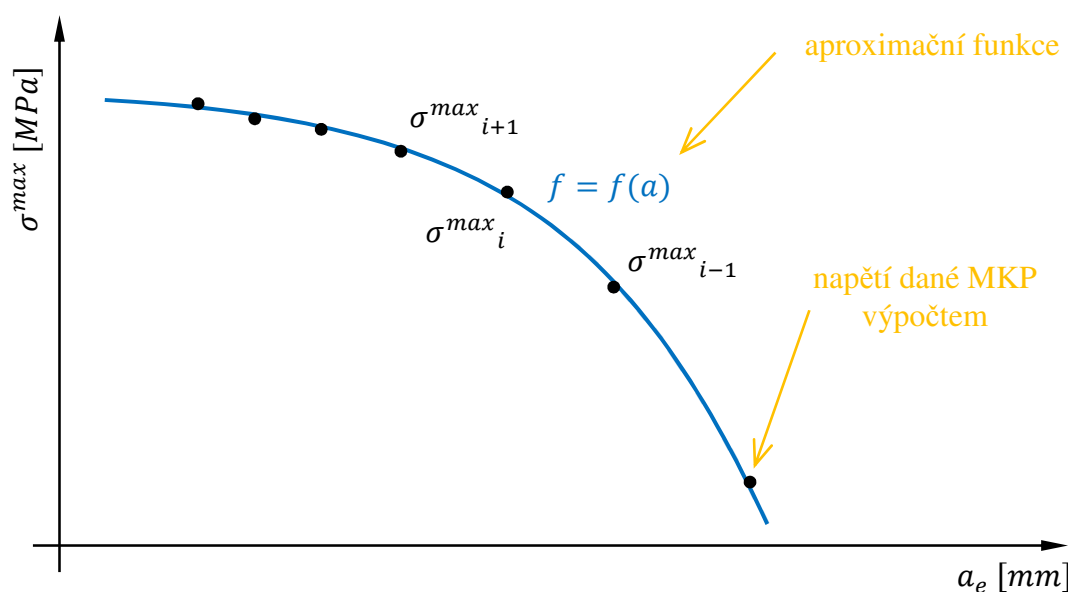
Vztah mezi rozměrem  $a_e$  a počtem elementů po obvodu kruhového otvoru  $n_e$  popisuje rovnice (57):

$$a_e = \frac{\pi r}{n_e}, \quad (57)$$

kde

$a_e$  vzdálenost mezi uzlem kořene vrubu a nejbližším meziuzlem.

Při numerickém experimentu se postupně provádějí výpočty nad SFEMem tvořeným rozdílnou sítí konečných prvků. Hustota sítě se odvíjí od počtu elementů po obvodu kritického kruhového otvoru. Jak již je výše uvedeno, nelze nad SFEMem získat numerickou metodou (MKP) přesné řešení ať už maximální špičky nebo gradientu napětí. Pro dokonalé zhodnocení vlivu kvality sítě konečných prvků na výsledek maximální špičky a gradientu napětí v okolí vrubu by však bylo nutné tyto přesné hodnoty znát. Teoreticky by se přesného řešení dosáhlo, pokud by se počet elementů po obvodu otvoru limitně blížil nekonečnu, respektive kdyby se velikost elementu limitně blížila nule. Prakticky toho však nelze dosáhnout. Proto se volí přístup, kdy se hodnota přibližně odpovídající přesné hodnotě, odhadne. Odhad je proveden na základě výsledků získaných z jednotlivých kroků numerického experimentu, nad kterými je provedena aproximace (Obr. 81). Aproximace je provedena s tím, že za nezávisle proměnnou je volena vzdálenost  $a_e$ . Na Obr. 81 je princip nalezení aproximační funkce vysvětlen na maximální špičce napětí. Tvar aproximační křivky odpovídá logaritmickým souřadnicím na vodorovné ose.



Obr. 81 – Aproximace získaných výsledků

Veličina  $i$  popisuje pořadí MKP výpočtu numerického experimentu.

Hodnota přibližně odpovídající přesné hodnotě se určí z aproximační funkce tak, že se za nezávisle proměnnou  $a_e$  (viz Obr. 80) dosadí nulová hodnota. Po stanovení této hodnoty může být provedeno zhodnocení přesnosti MKP výsledků při použití různých počtu elementů po obvodu vrubu. Vztah pro výpočet relativní chyby dané diskretizací se vypočte dle rovnice (58):

$$\Delta \sigma^{max} = \frac{\overline{\sigma^{max}} - \sigma^{max}_i}{\overline{\sigma^{max}}} \cdot 100 \% , \quad (58)$$

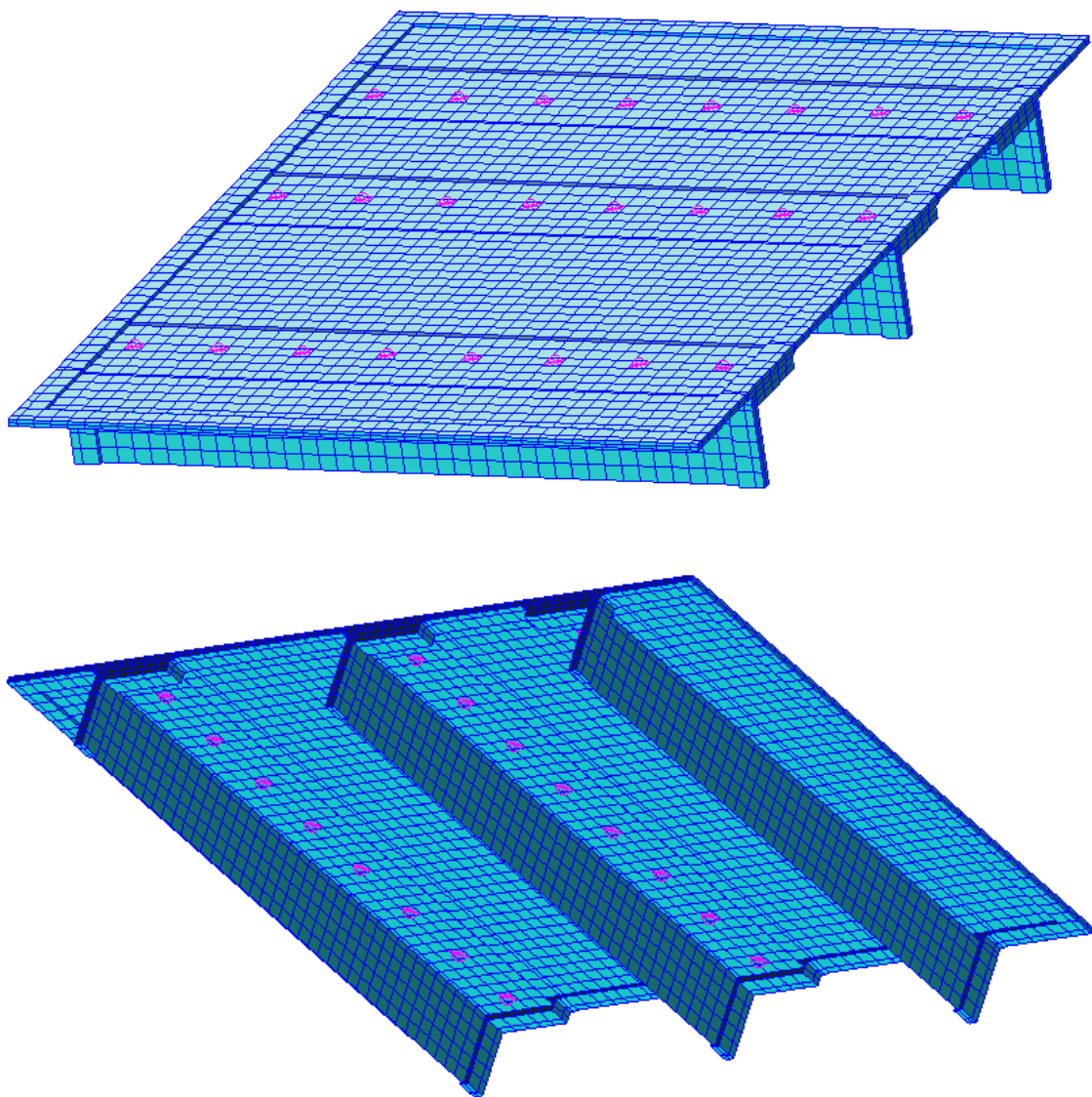
kde

$\overline{\sigma^{max}}$  hodnota přibližně odpovídající přesné hodnotě maximální špičky napětí,

$\sigma^{max}_i$  hodnota maximální špičky napětí dané MKP výpočtem v  $i$ -tém krok.

Výše je uveden vztah pro výpočet maximální špičky napětí. Vztah pro výpočet gradientu je obdobný.

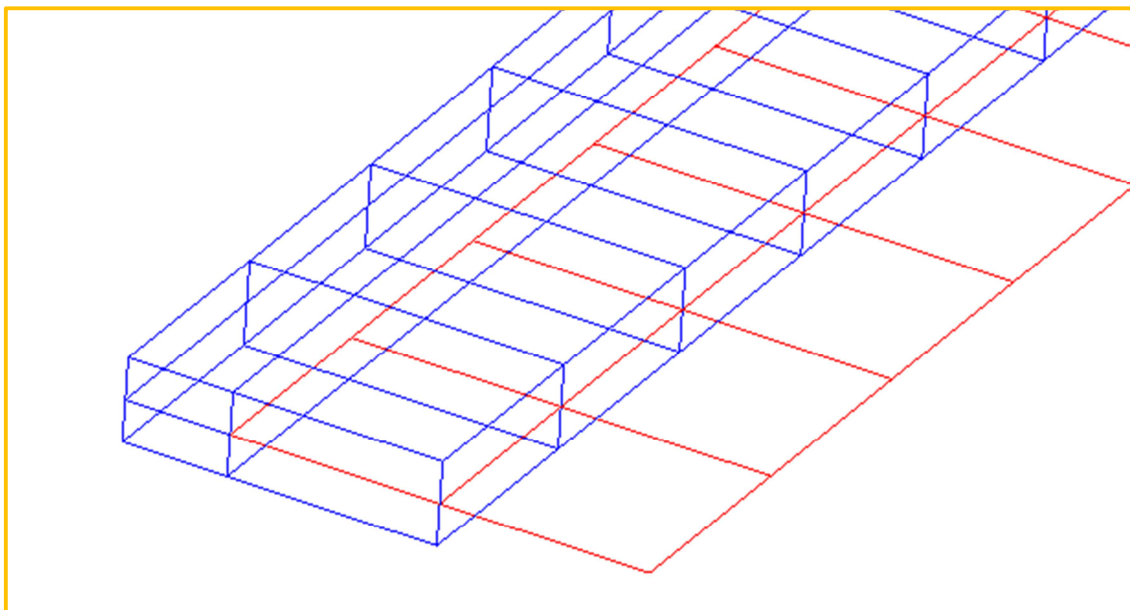
Protože je cílem práce určit metodiku tvorby MKP sítě SFEMu (malá oblast kolem tří otvorů pro nýty), stačí k testování použít jen část dolního panelu křídla (Obr. 82), konkrétně část z regulérní zóny, kde se tento spoj vyskytuje.



**Obr. 82 - Část dolního panelu**

Aby byl v této části panelu vyvozen obdobný stav napjatosti, jako tomu je při reálném zatížení křídla, jsou na vnější hranici části dolního panelu aplikovány posuvy z celého dolního panelu. Výpočet celého panelu se provedl ve firmě *EVEKTOR*, kde se k modelování potahu i podélníků použily 3D lineární elementy. Jak již bylo dříve zmíněno, potah i podélníky jsou ve většině případů DFEMu modelovány pomocí skořepinových prvků. Potah i podélníky dolního panelu křídla byly v modelu, který byl vytvořen ve firmě *EVEKTOR*, modelovány 3D elementy. Proto musí být do modelu zařazena metoda pro přechod 3D elementů na 2D skořepinové elementy. Je vybrána metoda zapuštění skořepinových elementů do těla 3D elementů (Obr. 83).





**Obr. 83 - Zapuštění skořepinových elementů do těla 3D elementů**

Nýty jsou modelovány 1D elementem, který je popsán šesti tuhostmi. V software MSC Nastran je tento prvek nazýván CBUSH. K připojení CBUSHe (nýtu) k 2D prvkům potahu a podélníku jsou užity prvky typu RBE3.

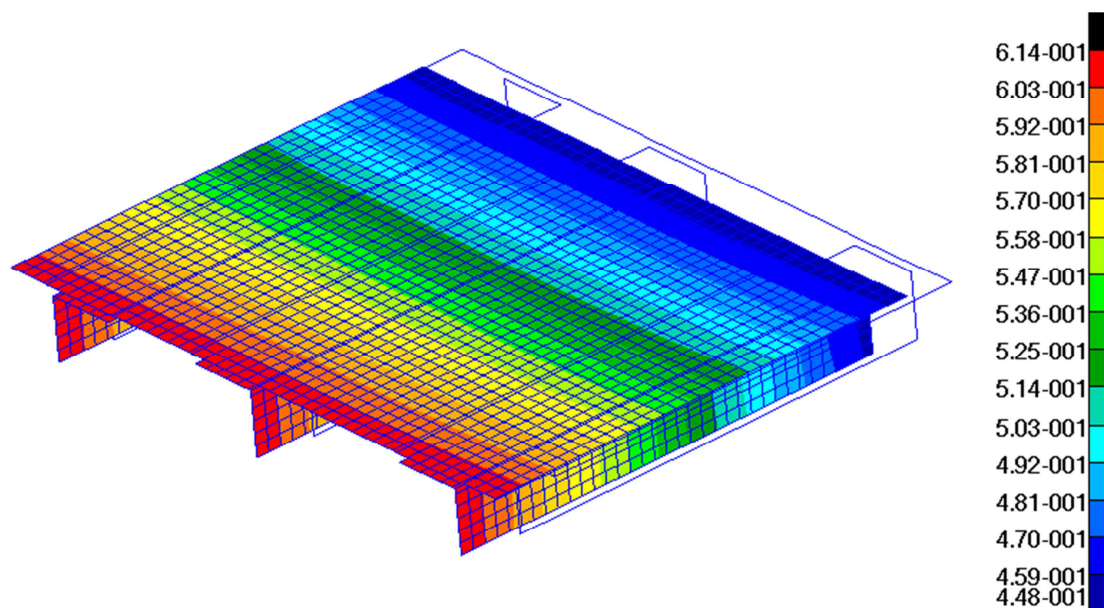
Regulérní zóna, je ta část na panelu křídla, kde jsou síly již rozvedeny do podélníků a potahu. Napětí v regulérní zóně není ovlivněno jinými spoji než spojem podélníku s potahem. Aby byl zachycen vliv vícenásobného nýtování, je k testování vybrána oblast panelu s více otvory pro nýty.

Potah má v místě spojení s podélníkem tloušťku 2,54 mm. V místě mezi jednotlivými podélníky jsou na vnitřní straně potahu vyfrézovány kapsy. Potah má v těchto místech tloušťku 2 mm. Potah je vyroben z hliníkové slitiny 2024-T3 ALCLAD. Podélníky jsou vyráběny z profilu typu L. Rozměry polotovarů podélníku jsou 1,14“ x 1,05“ x 0,15“ x 0,125“. Materiál podélníku je hliníková slitina 7175 T73511. Žebra jsou vyrobená z plechu o tloušťce 1 mm. Mechanické vlastnosti materiálů potahu a podélníků jsou v Tab. 9.

**Tab. 9 - Mechanické vlastnosti materiálů [14]**

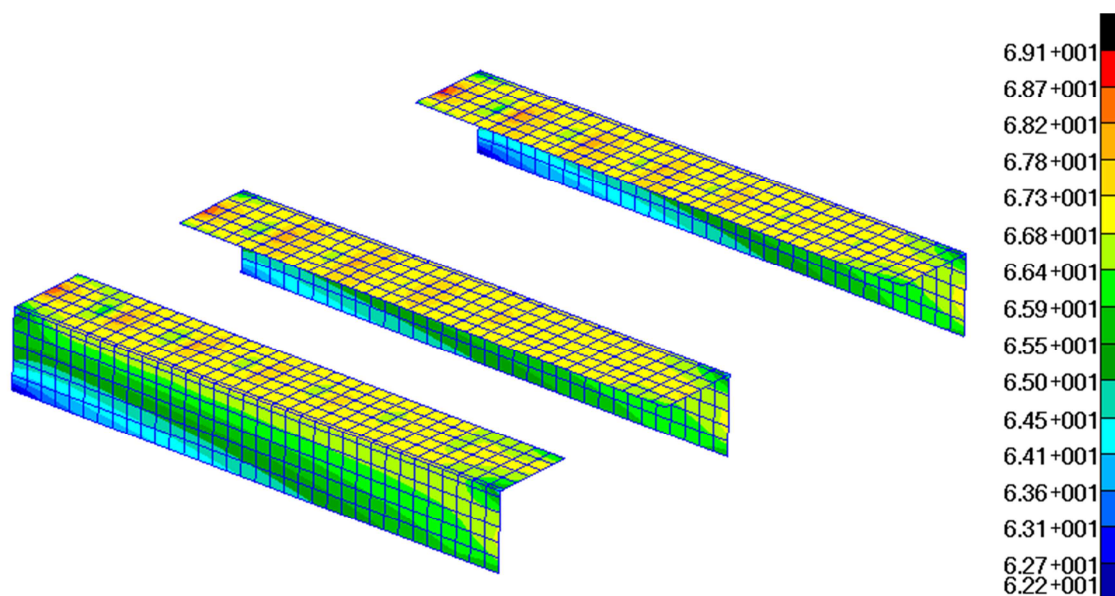
Součást	Materiál	Mechanické vlastnosti	
		Youngův modul $E$ [MPa]	Poissonovo číslo $\mu$ [–]
Potah	2024-T3 ALCLAD	72 400	0,33
Podélník	7175 T73511	70 000	0,33

Na Obr. 84 je vykreslena celková deformace části panelu v mm. Výsledky nejsou vykresleny v oblasti propojování skořepinových a 3D prvků, protože zde jsou ovlivněny jejich vzájemným propojováním.



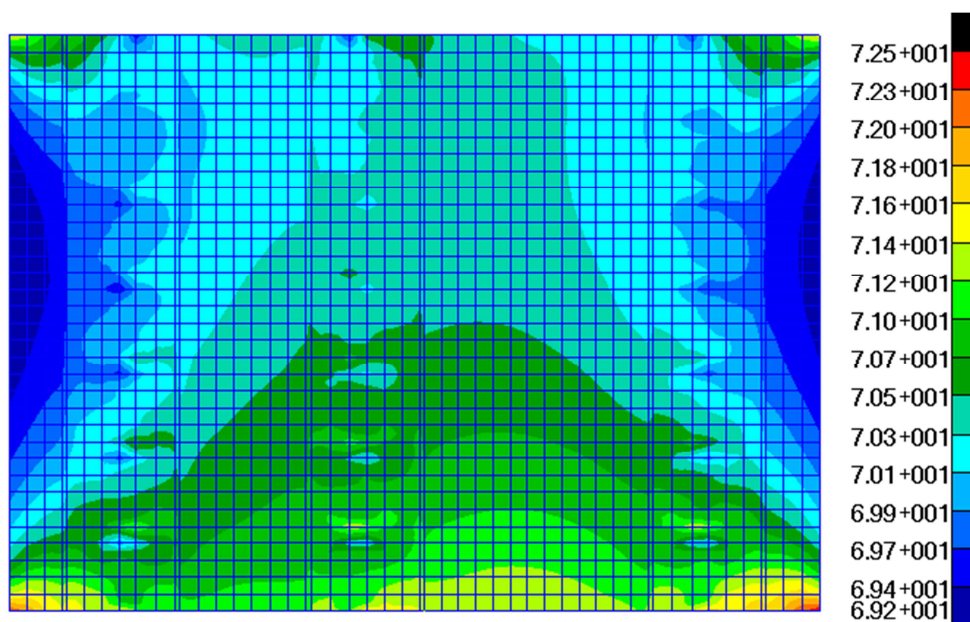
**Obr. 84 - Celková deformace části panelu**

Dále je na podélnících vykresleno první hlavní napětí (Obr. 85). Napětí je vykresleno pro horní vrstvu podélníku, tedy tam kde se stýkají podélníky s potahem. Jednotky napětí jsou MPa.



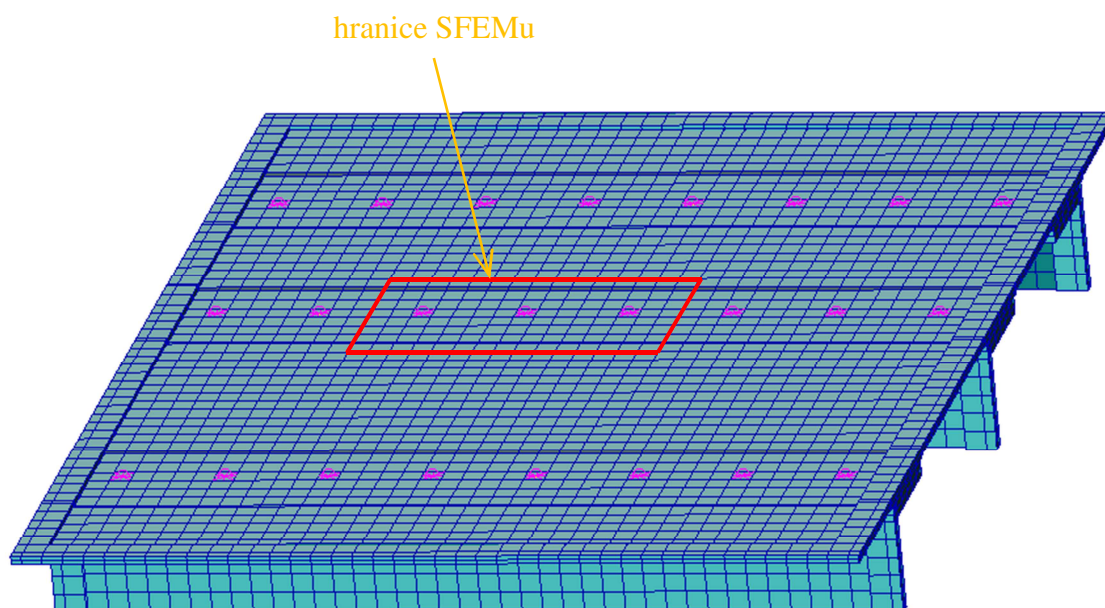
**Obr. 85 - První hlavní napětí v podélnících části panelu**

Taktéž na potahu je vykresleno první hlavní napětí (Obr. 86). Napětí je vykresleno pro horní vrstvu potahu, tedy tam kde se nestýká s podélníky. Jednotky napětí jsou MPa.



**Obr. 86 - První hlavní napětí v potahu části panelu**

Protože v této fázi práce není účel hledat na části panelu kritické místo, je vybrán pro následnou analýzu jednotlivých metodik střední oblast části panelu (Obr. 87), která již není ovlivněna přechodem 3D elementů na elementy skořepinové.



**Obr. 87 - Hranice SFEMu**

U všech dále uvedených výpočtů jsou v oblasti kolem kořene vrubu užity pouze některé z těchto typů elementů:

- 3D – dvacetí-uzlový prvek s integračním schématem 2x2x2 (plná integrace) / kvadratický,
- 2D – osmi-uzlový prvek / kvadratický.

Z hlediska životnosti může být kritickým místem otvor pro nýt v potahu nebo v podélníku. Bez důkladné analýzy není možné jeden z otvorů vybrat jako kritický. Kritickou částí z hlediska velikosti maximálního napětí je otvor v potahu. Protože ale podélník může mít rozdílný gradient napětí a může být vyroben z materiálu, který má horší únavové vlastnosti než potah, je nutno použít detailní síť jak na potahu tak podélníku. V SFEMu je kritický, tedy střední otvor, modelován jako volný. Nejsou na něj připojovány RBE prvky z nýtu, tak jako tomu je u sousedních dvou otvorů. Nýty jsou nahrazeny prvky CBUSH, tak jako v DFEMu.

Součástí hledání numericky přesného řešení maximální špičky a gradientu napětí v rámci numerického experimentu je i stanovení takového počtu elementů po obvodu otvoru, kdy lze výsledky maximální špičky a gradientu napětí považovat za přijatelně přesné v souvislosti s technickou praxí. Zároveň však musí být výpočetní čas akceptovatelný z hlediska nákladů. Z výsledků numerického experimentu pak musí být stanoven kompromis mezi přesností výsledků a výpočetním časem.

Všechny modely SFEMu jsou vytvořeny v software *MSC Patran 2013* a následný výpočet je proveden v software *MSC Nastran 2013.1*. K přípravě modelů i samotnému výpočtu je užit vlastní notebook, který má tyto parametry:

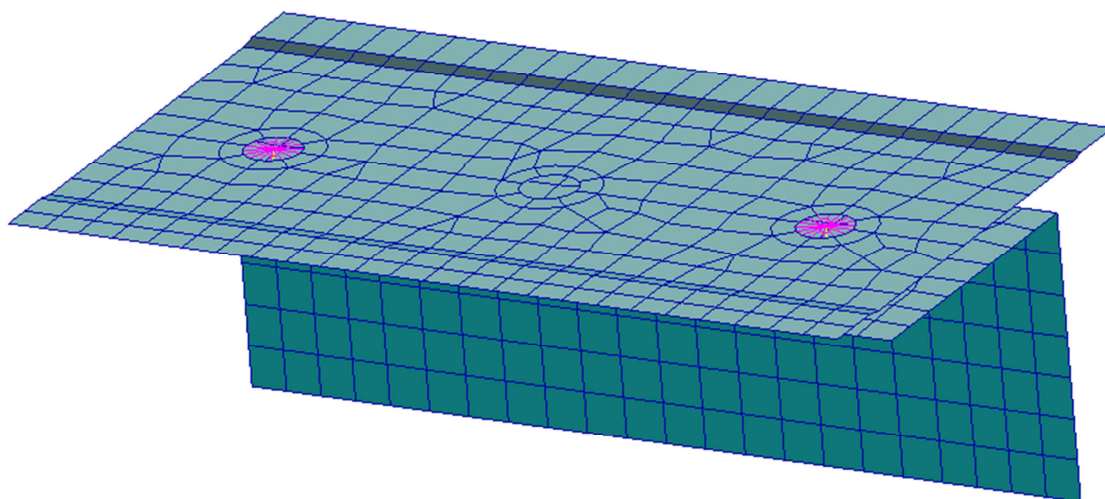
model	<i>Lenovo Y580,</i>
procesor	<i>Intel® Core™ i5-3210M CPU @ 2.50GHz,</i>
RAM	<i>4.00 GB (DDR3),</i>
Grafická karta	<i>NVIDIA GEFORCE® GTX 660M.</i>

U všech níže uvedených metodik, je vyhodnocováno pouze první hlavní napětí.

#### **8.6.1 Vhodné umístění uzlů na hrubé konečnoprvkové síti tvořené skořepinovými elementy**

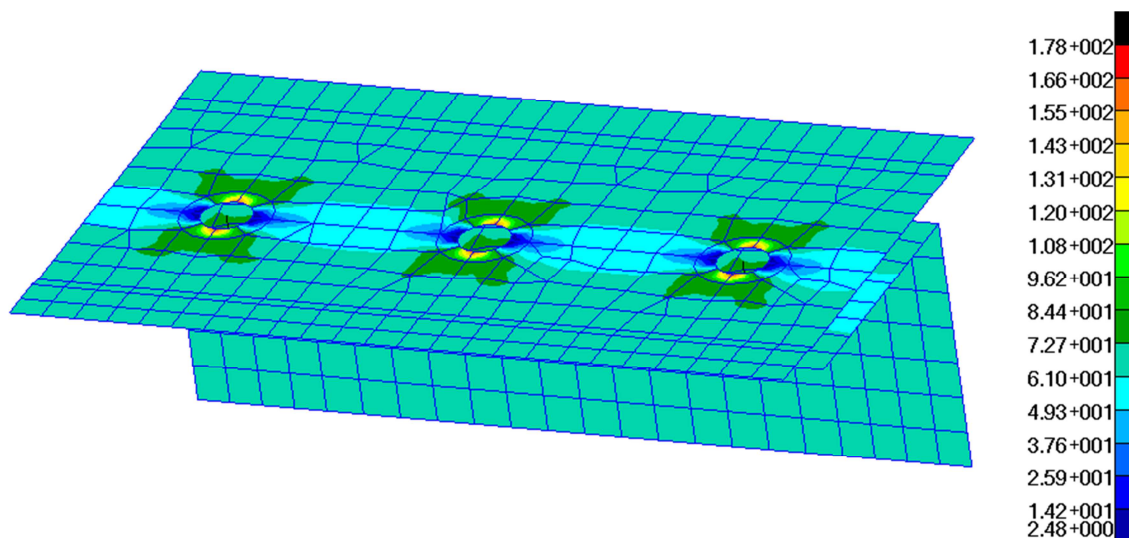
Síť, která je použita pro testování metodiky, je na Obr. 88. Po obvodu kruhového otvoru jak na podélníku, tak na potahu je použito 8 elementů.





**Obr. 88 - Konečnoprvková síť / vhodné umístění uzlů na hrubé 2D síti**

Maximum prvního hlavního napětí je na podélníku i na potahu podle očekávání na ose  $y$ . Dle MKP analýzy je maximální napětí na potahu  $178,12 \text{ MPa}$  (Obr. 89) a na podélníku  $170,88 \text{ MPa}$ . Gradient napětí je na potahu roven  $49,45 \text{ MPa} \cdot \text{mm}^{-1}$  a na podélníku  $46,79 \text{ MPa} \cdot \text{mm}^{-1}$ .



**Obr. 89 - První hlavní napětí / vhodné umístění uzlů na hrubé 2D síti**

Korigovaná hodnota max. špičky napětí na potahu (korekce na zahloubení pro hlavu nýtu v potahu) se určí vynásobením maximální hodnoty z 2D sítě korekčním faktorem  $k_z$ .

$$\sigma_{t1_I}^{max} = 178,12 \cdot k_z = 178,12 \cdot 1,26 = 224,4 \text{ MPa} \quad (59)$$

kde

$k_z$  korekční faktor maximální špičky napětí na zahloubeném otvoru.

Korigovaná hodnota gradientu napětí dle normály fiktivního rádiusu se určí vynásobením gradientu napětí určeného z 2D sítě korekčním faktorem  $k_\sigma$ .

$$\left[\frac{d\sigma}{dx}\right]_{t2-I} = 49,45 \cdot k_\sigma = 49,45 \cdot 1,1 = 54,4 \text{ MPa} \cdot \text{mm}^{-1} \quad (60)$$

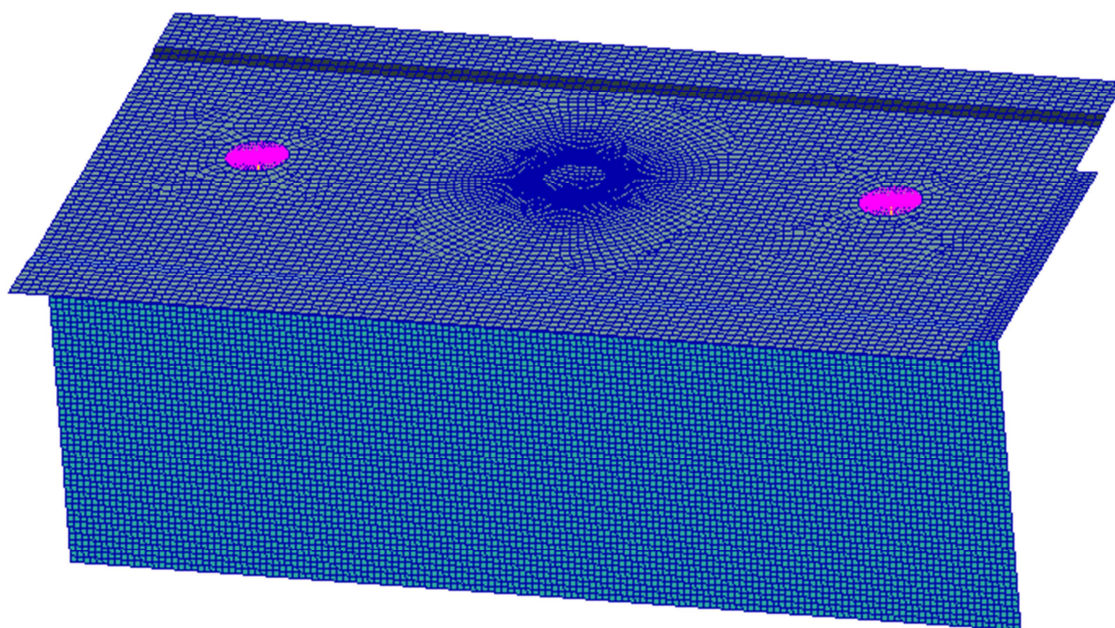
kde

$k_\sigma$  korekční faktor na gradient napětí dle normály fiktivního rádiusu na zahluobeném otvoru.

Čas přípravy SFEMU je přibližně 1,5 hod a výpočetní čas je 2,08 s.

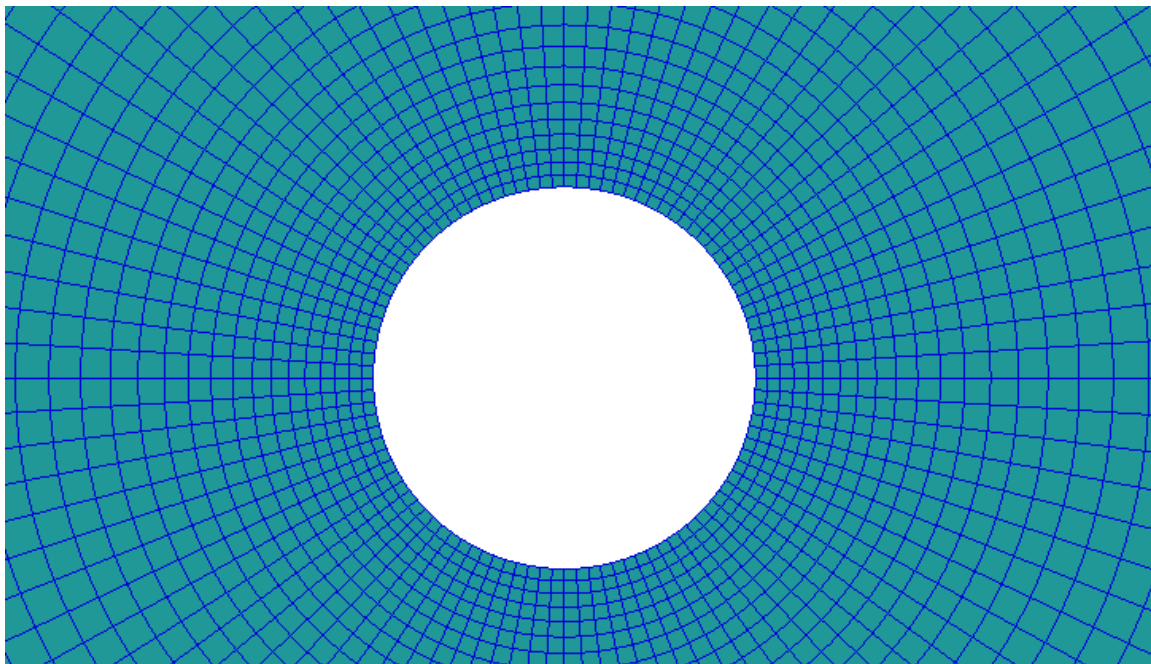
### 8.6.2 Radiální zahušťování skořepinových elementů kolem kritického otvoru

Nejnižší počet elementů po obvodu otvoru, který je v analýze použit, je 16. Maximální počet elementů po obvodu otvoru je 140. V každém následujícím kroku analýzy se počet elementů po obvodu otvoru zvětšuje o 12 respektive o 20 nebo 40. O 12 elementů se počet elementů zvyšuje mezi 16 a 100 elementy, pak se krok počet elementů zvyšuje po 20 nebo 40. Vybraný model, který je v analýze použit, je na Obr. 90.



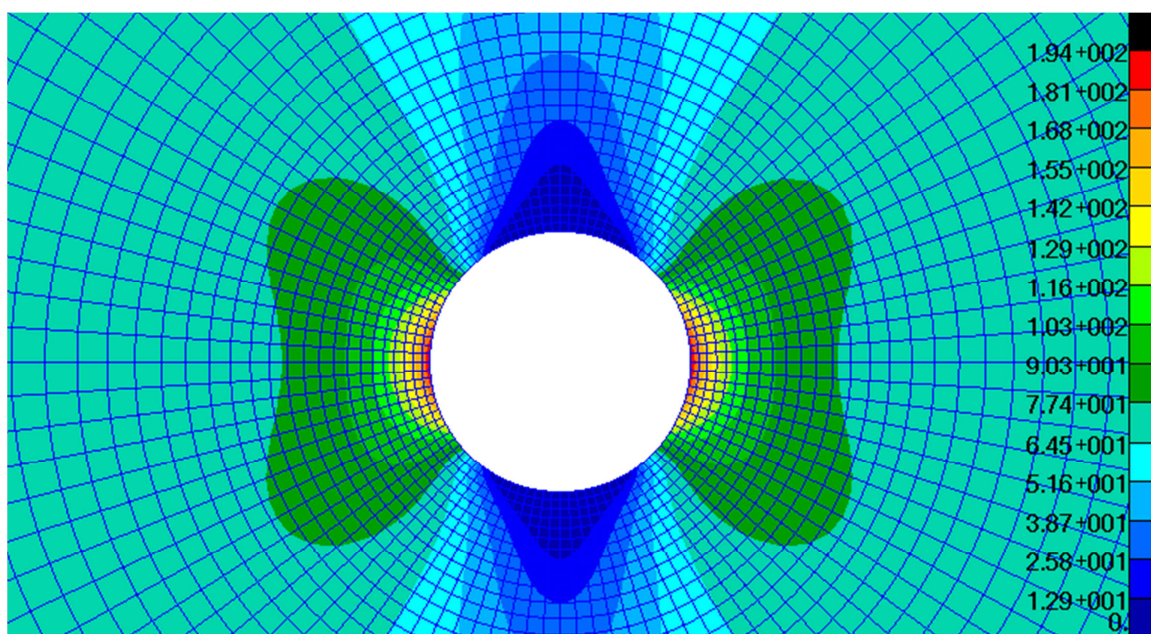
**Obr. 90 – Model se 100 skořepinovými elementy po obvodu otvoru**

Detail na oblast kolem kritického otvoru je na Obr. 91. Z tohoto obrázku je zřejmý i princip radiálního zahušťování skořepinových elementů.



**Obr. 91 - Detail na oblast kolem kritického otvoru v potahu 2D skořepinové sítě**

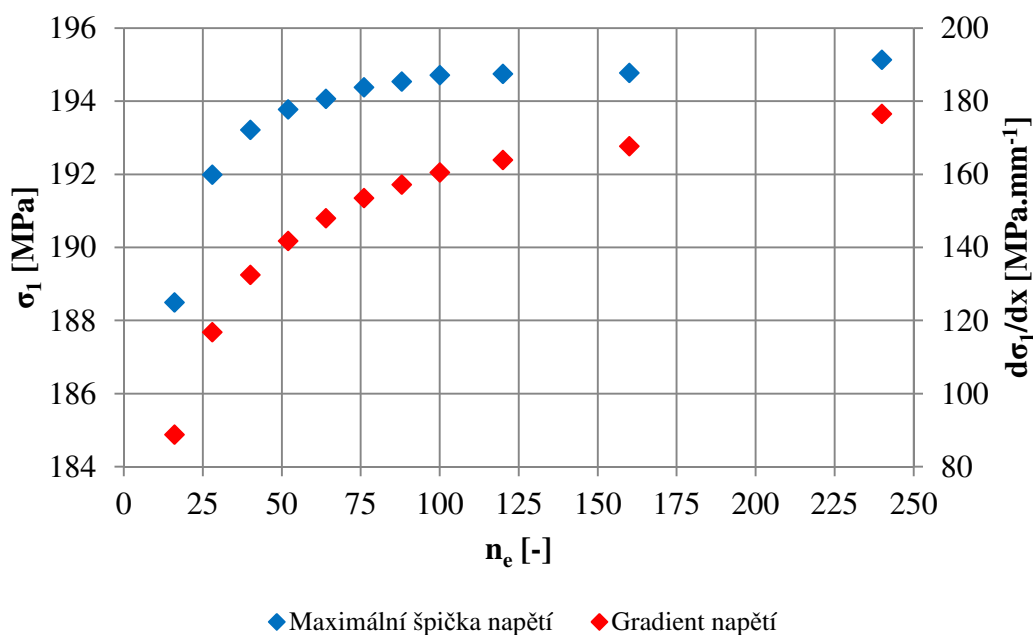
První hlavní napětí v oblasti kolem otvoru v potahu je na Obr. 92. I zde je pro prezentaci výsledků použit model se 100 elementy po obvodu otvoru.



**Obr. 92 - První hlavní napětí na oblasti kolem otvoru v potahu na 2D síti**

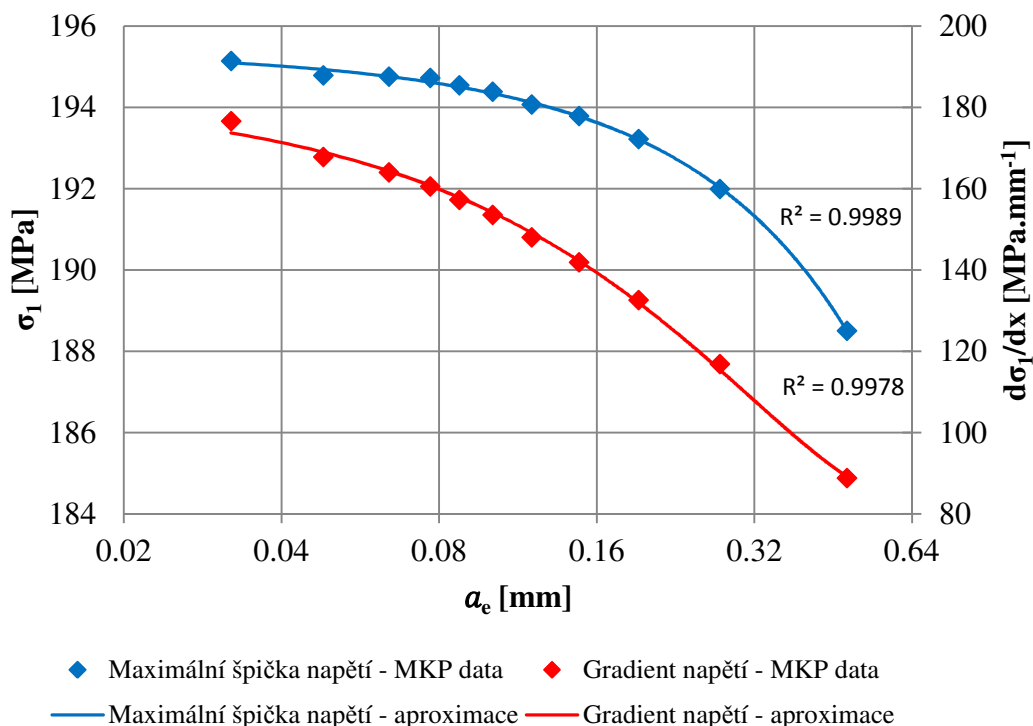
Velikosti maximální špičky a gradientu napětí v potahu, které jsou získány v jednotlivých krocích numerického experimentu, jsou zaneseny v Obr. 93. Nezávislou proměnnou je zde počet elementů po obvodu otvoru.





**Obr. 93 – Výsledky numerického experimentu na potahu tvořeném 2D prvky**

Aproximace dat získaných z MKP výpočtů je provedena polynomem druhého stupně, tedy parabolou. Nezávisle proměnnou zde je vzdálenost mezi uzlem v kořeni vrubu a nejbližším meziuzlem. V grafu jsou zaznačeny i hodnoty spolehlivosti  $R$  (Obr. 94).



**Obr. 94 – Aproximace dat získaných MKP výpočtem nad 2D sítí potahu**

Aproximační funkce popisující velikost maximální špičky napětí na potahu, vypočtené nad 2D skořepinovou sítí, v závislosti na vzdálenosti  $a_e$  popisuje rovnice (61).



$$\overline{\sigma^{max}}_{t_{II}} = -10 \cdot a_e^2 - 9,6 \cdot a_e + 195,4 \quad (61)$$

Odtud je zřejmé, že velikost maximální špičky napětí na potahu konverguje k hodnotě:

$$\overline{\sigma^{max}}_{t_{II}}(a_e = 0) = 195,4 \text{ MPa} \quad (62)$$

Hodnota z rovnice (62) však platí pouze pro otvor bez zahloubení. Pro otvor se zahloubením pro hlavu nýtu se určí hodnota korigovaná. Maximální napětí na potahu tedy konverguje k hodnotě dané rovnicí (63).

$$\sigma^{max}_{t_{II}} = 195,14 \cdot k_z = 195,14 \cdot 1,26 = 245,9 \text{ MPa} \quad (63)$$

Aproximační funkce popisující velikost gradientu napětí na potahu v závislosti na vzdálenosti  $a_e$  popisuje rovnice (64).

$$\left[ \frac{d\sigma}{dx} \right]_{t1_{II}} = 250,4 \cdot a_e^2 - 316,8 \cdot a_e + 183,6 \quad (64)$$

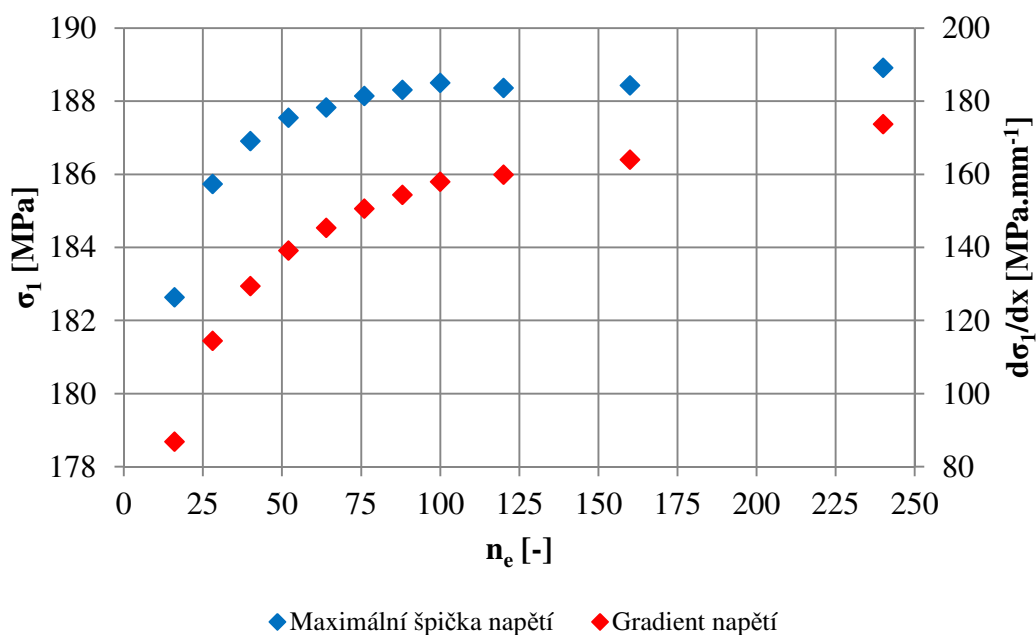
Odtud velikost gradientu napětí na potahu konverguje k hodnotě:

$$\left[ \frac{d\sigma}{dx} \right]_{t1_{II}}(a_e = 0) = 183,6 \text{ MPa} \cdot \text{mm}^{-1} \quad (65)$$

Aby bylo možno určit gradient napětí i dle normály fiktivního rádiusu, je i zde použit korekční faktor  $k_\sigma$ . Gradient napětí dle normály fiktivního rádiusu tedy konverguje k hodnotě danou rovnicí (66).

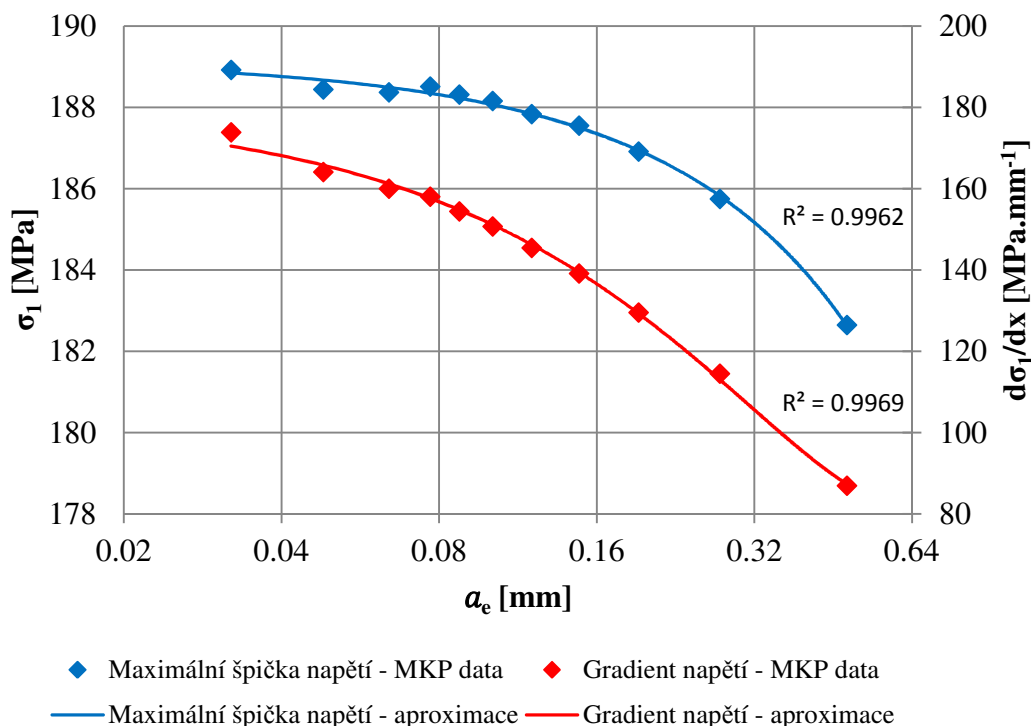
$$\left[ \frac{d\sigma}{dx} \right]_{t2_{II}} = 183,6 \cdot 1,1 = 202 \text{ MPa} \cdot \text{mm}^{-1} \quad (66)$$

Velikosti maximální špičky a gradientu napětí v podélníku, které jsou získány v jednotlivých krocích numerického experimentu, jsou zaneseny v Obr. 95. Nezávislou proměnnou je zde počet elementů po obvodu otvoru.



**Obr. 95 – Výsledky numerického experimentu na podélníku tvořeném 2D prvky**

Aproximace dat získaných z MKP výpočtů je provedena polynomem druhého stupně, tedy parabolou. Nezávisle proměnnou zde je vzdálenost mezi uzlem v kořeni vrubu a nejbližším meziuzlem. V grafu jsou zaznačeny i hodnoty spolehlivosti  $R$  (Obr. 96).



**Obr. 96 – Aproximace dat získaných MKP výpočtem nad 2D sítí podélníku**

Aproximační funkce popisující velikost maximální špičky napětí na podélníku v závislosti na vzdálenosti  $a_e$  popisuje rovnice (67).

$$\sigma^{max}_{d_{II}} = -6,8 \cdot a_e^2 - 10,4 \cdot a_e + 189,2 \quad (67)$$

Odtud je zřejmé, že velikost maximální špičky napětí na podélníku konverguje k hodnotě:

$$\sigma^{max}_{d_{II}}(a_e = 0) = 189,2 \text{ MPa} \quad (68)$$

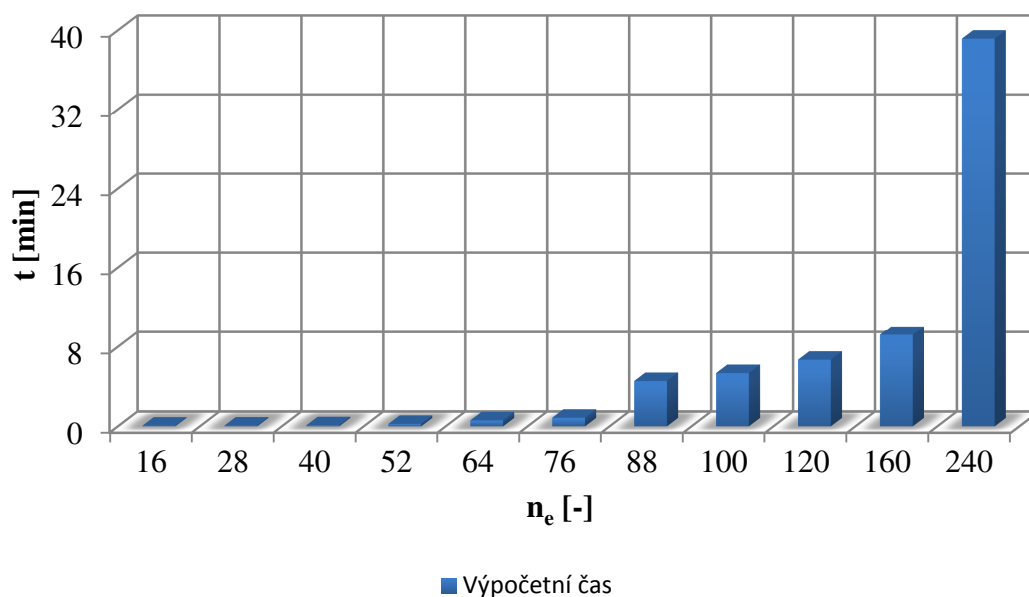
Aproximační funkce popisující velikost gradientu napětí na podélníku v závislosti na vzdálenosti  $a_e$  popisuje rovnice (69).

$$\left[\frac{d\sigma}{dx}\right]_{d_{II}} = 248,1 \cdot a_e^2 - 312,6 \cdot a_e + 180,2 \quad (69)$$

Odtud velikost gradientu napětí na podélníku konverguje k hodnotě:

$$\left[\frac{d\sigma}{dx}\right]_{d_{II}}(a_e = 0) = 180,2 \text{ MPa} \cdot \text{mm}^{-1} \quad (70)$$

Čas přípravy SFEMU je přibližně 2 hod. Výpočetní časy pak jsou uvedeny na Obr. 97.

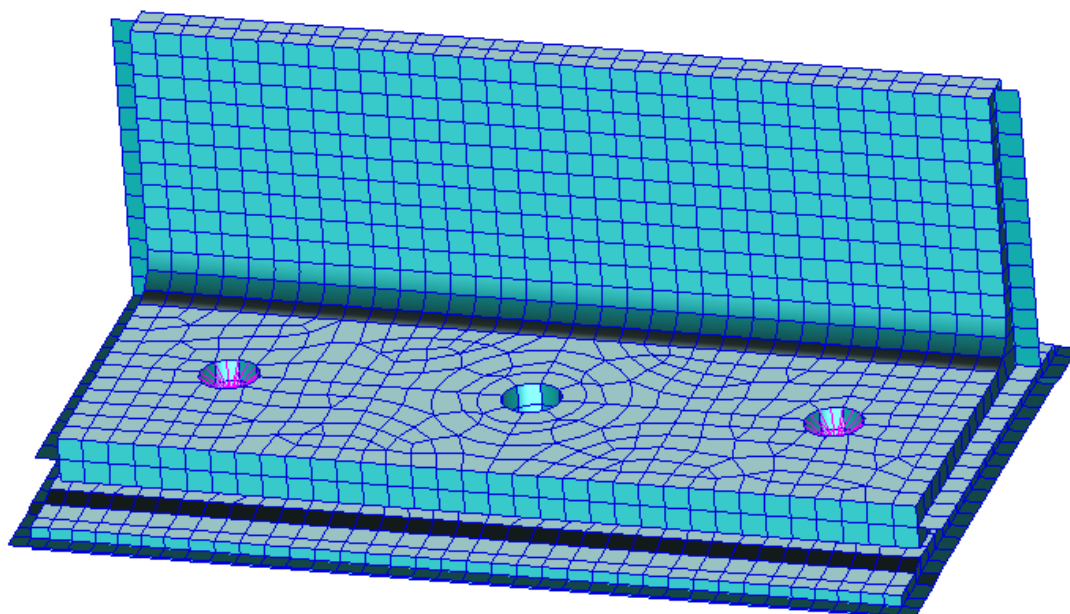


**Obr. 97 – Výpočetní časy SFEMu tvořeného skořepinovými elementy**

Z výsledků lze vidět, že dominantní čas u této metodiky je tvorba modelu a ne samotný výpočetní čas.

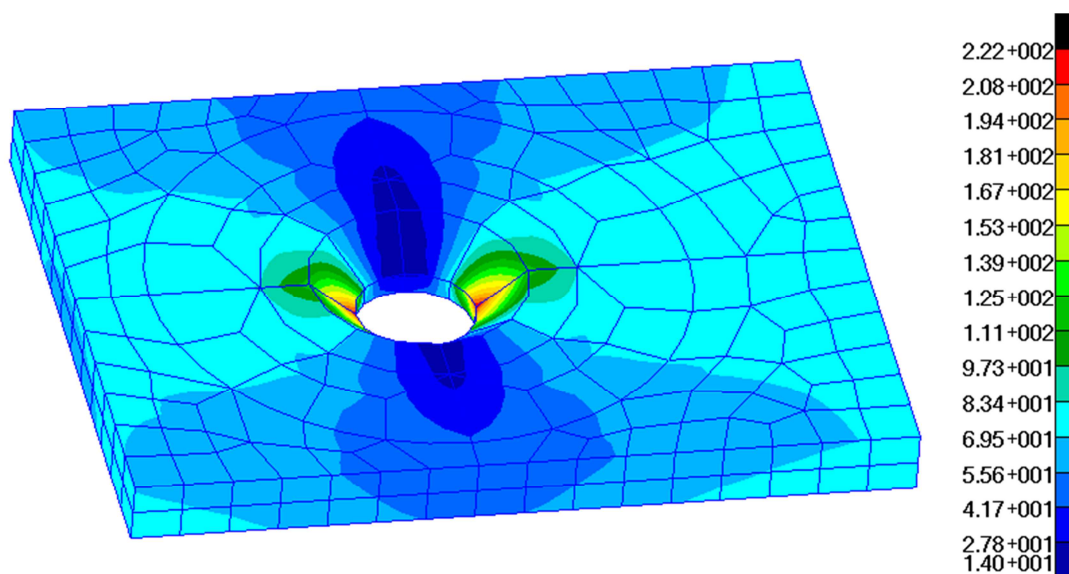
### 8.6.3 Vhodné umístění uzlů na hrubé konečnoprvkové síti tvořené 3D elementy

Síť, která je použita pro testování metodiky, je na Obr. 98. Po obvodu kruhového otvoru jak na podélníku, tak na potahu je použito 8 elementů. Po hloubce potahu i podélníku jsou použity vždy dva elementy.



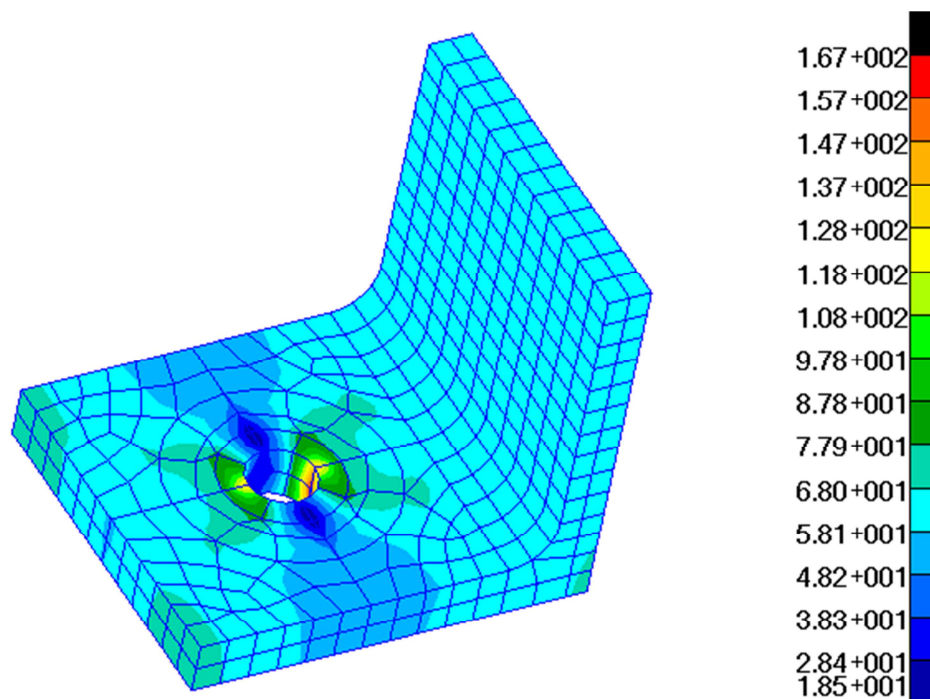
**Obr. 98 – Konečnoprvková síť / vhodné umístění uzlů na 3D síti**

I zde je maximum prvního hlavního napětí na podélníku i na potahu podle očekávání na ose  $y$ . Dle MKP analýzy je maximální napětí na kritickém otvoru v potahu 222,2 MPa (Obr. 99). Na díře se zahloubením v potahu je gradient napětí dle normály válcové plochy  $67,29 \text{ MPa} \cdot \text{mm}^{-1}$  a dle normály fiktivního rádiusu  $86,31 \text{ MPa} \cdot \text{mm}^{-1}$ .



**Obr. 99 – První hlavní napětí na potahu / vhodné umístění uzlů na 3D síti**

Na kritickém otvoru v podélníku napětí dosáhlo hodnoty 167,15 MPa (Obr. 100). Gradient napětí je na válcové díře v podélníku  $42,72 \text{ MPa} \cdot \text{mm}^{-1}$ .

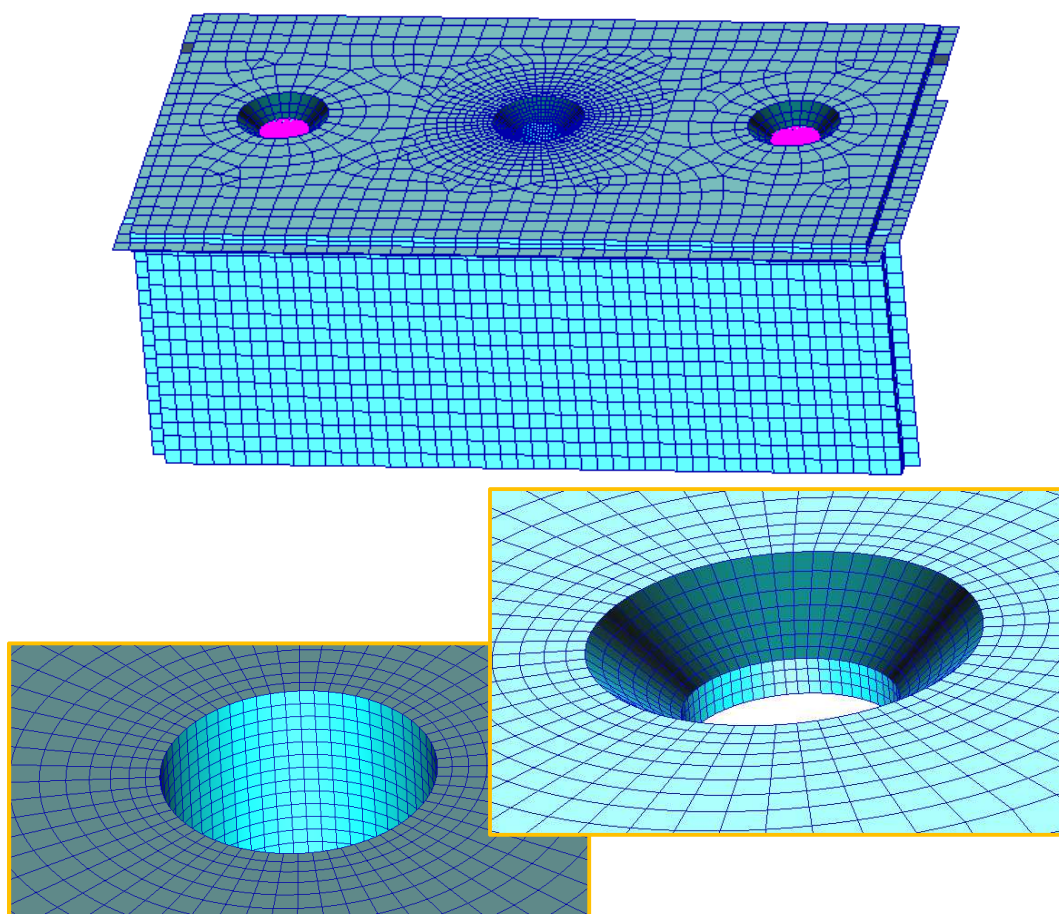


**Obr. 100 – První hlavní napětí na podélníku / vhodné umístění uzlů na 3D síti**

Čas přípravy SFEMU je přibližně 4 hod a výpočetní čas je 11,005 s.

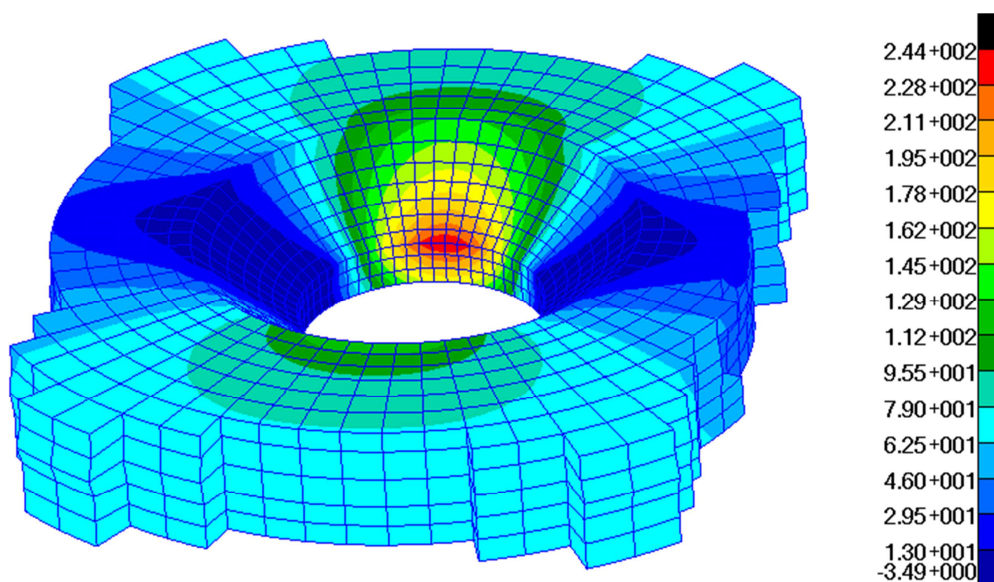
#### **8.6.4 Radiální zahušťování kolem kritického otvoru 3D elementy**

Analýza obsahuje 6 kroků, kdy v každém následujícím kroku je přidáno 20 respektive 40 elementů po obvodu otvoru. Nejnižší počet elementů po obvodu otvoru je 40. Nejvyšší počet elementů je pak 160. Model s 60 elementy po obvodu je pro názornost ukázán na Obr. 101.



**Obr. 101 – Síť 3D konečných prvků SFEMu s radiálním zahušťováním**

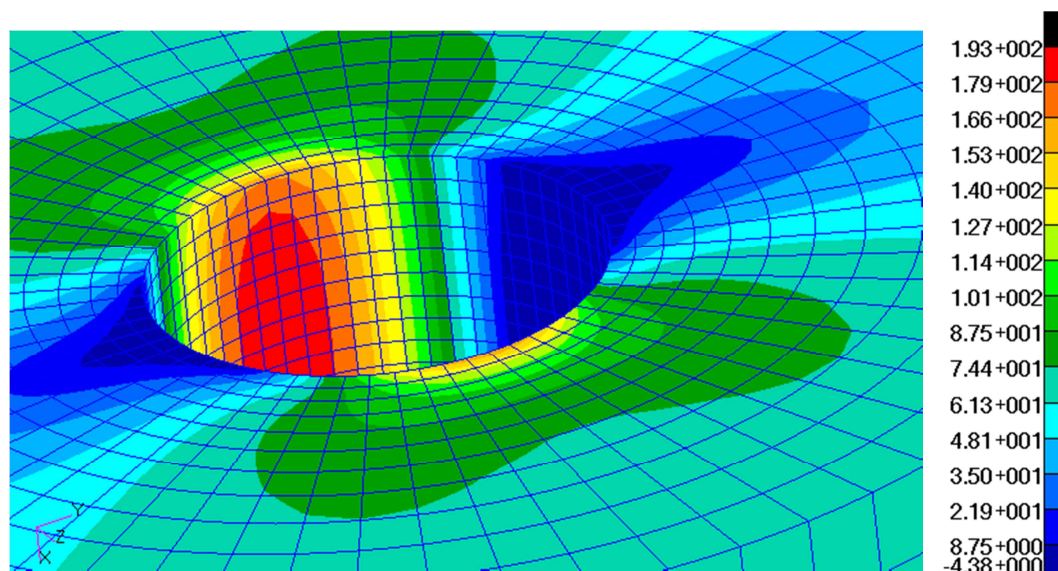
První hlavní napětí na oblasti potahu v blízkosti zahluobené díry je vykresleno na Obr. 102.



**Obr. 102 - První hlavní napětí v okolí kritického otvoru v potahu**

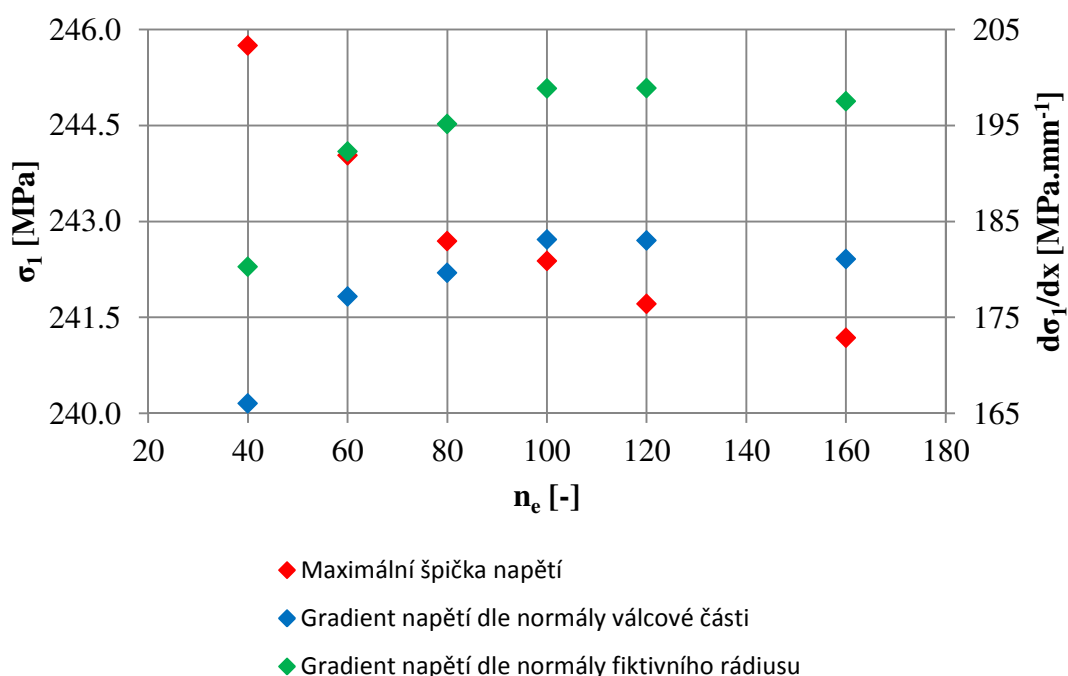
První hlavní napětí na oblasti podélníku v blízkosti otvoru je vykresleno na Obr. 103.





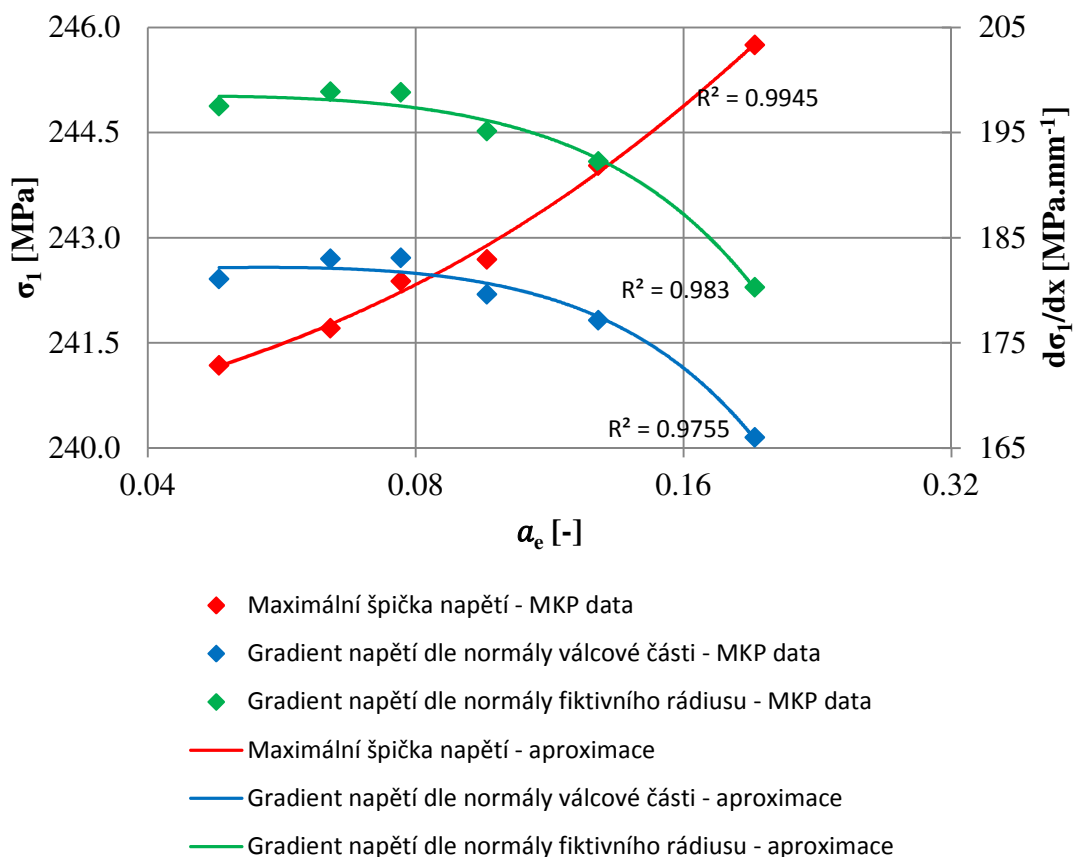
**Obr. 103 - První hlavní napětí v okolí kritického otvoru v podélníku**

Velikosti maximální špičky napětí, gradientu napětí dle normály válcové části a gradientu napětí dle normály fiktivního rádiusu na potahu, které jsou získány v jednotlivých krocích numerického experimentu, jsou zaneseny v Obr. 104. **Chyba! Nenalezen zdroj odkazů..** Nezávislou proměnnou je zde počet elementů po obvodu otvoru.



**Obr. 104 – Výsledky numerického experimentu na potahu tvořeném 3D prvky**

Aproximace dat získaných z MKP výpočtů je provedena polynomem druhého stupně, tedy parabolou. Nezávisle proměnnou zde je vzdálenost mezi uzlem v kořeni vrubu a nejbližším meziuzlem. V grafu jsou zaznačeny i hodnoty spolehlivosti R (Obr. 105).



**Obr. 105 – Aproximace dat získaných MKP výpočtem nad 3D sítí potahu**

Aproximační funkce popisující velikost maximální špičky napětí na potahu, vypočtené nad 3D sítí, v závislosti na vzdálenosti  $a_e$  popisuje rovnice (71).

$$\sigma_{t_{IV}}^{max} = -40,6 \cdot a_e^2 + 41,6 \cdot a_e + 239,3 \quad (71)$$

Odtud je zřejmé, že velikost maximální špičky napětí na potahu konverguje k hodnotě:

$$\sigma_{t_{IV}}^{max}(a_e = 0) = 239,3 \text{ MPa} \quad (72)$$

Aproximační funkce popisující velikost gradientu napětí dle normály válcové části na potahu v závislosti na vzdálenosti  $a_e$  popisuje rovnice (73).

$$\left[ \frac{d\sigma}{dx} \right]_{t_{IV}} = -852,9 \cdot a_e^2 + 92,2 \cdot a_e + 179,7 \quad (73)$$

Odtud velikost gradientu napětí dle normály válcové části na potahu konverguje k hodnotě:

$$\left[ \frac{d\sigma}{dx} \right]_{t_{IV}}(a_e = 0) = 179,7 \text{ MPa} \cdot \text{mm}^{-1} \quad (74)$$



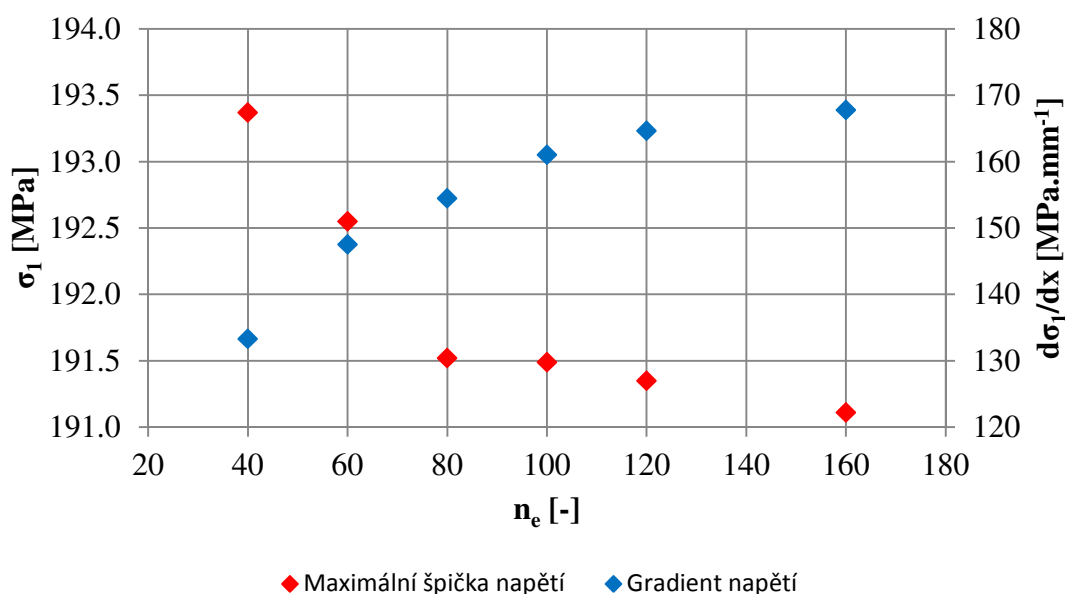
Aproximační funkce popisující velikost gradientu napětí dle normály fiktivního rádiusu na potahu v závislosti na vzdálenosti  $a_e$  popisuje rovnice (75).

$$\left[\frac{d\sigma}{dx}\right]_{t2_{IV}} = -820,3 \cdot a_e^2 + 70,4 \cdot a_e + 197 \quad (75)$$

Odtud velikost gradientu napětí dle normály fiktivního rádiusu na potahu konverguje k hodnotě:

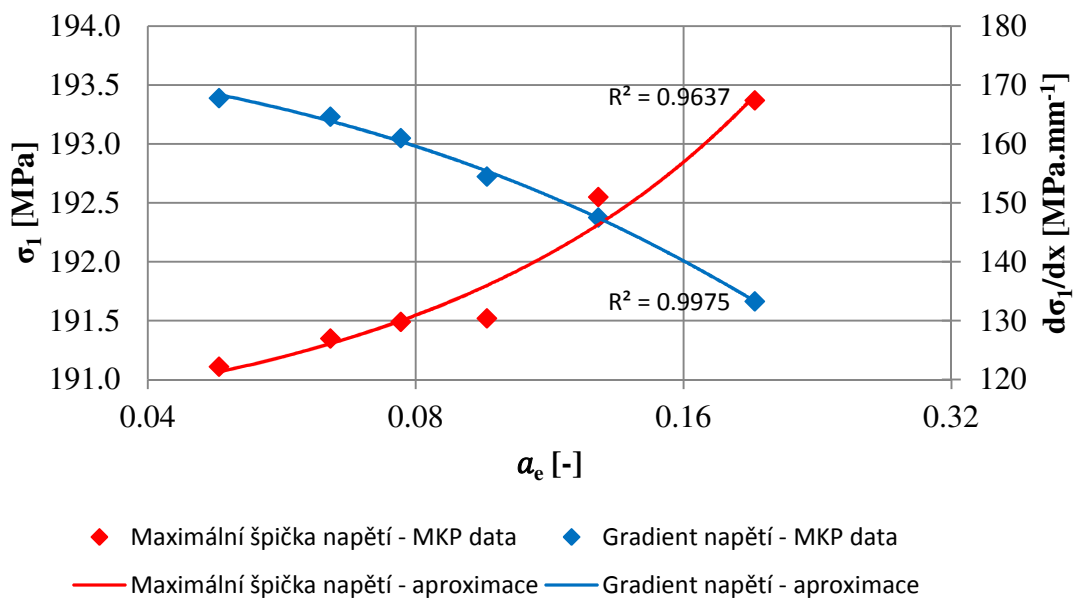
$$\left[\frac{d\sigma}{dx}\right]_{t2_{IV}}(a_e = 0) = 197 \text{ MPa} \cdot \text{mm}^{-1} \quad (76)$$

Velikosti maximální špičky a gradientu napětí na podélníku, které jsou získány v jednotlivých krocích numerického experimentu, jsou zaneseny v Obr. 106. **Chyba! Nenalezen zdroj odkazů..** Nezávislou proměnnou je zde počet elementů po obvodu otvoru.



**Obr. 106 – Výsledky numerického experimentu na podélníku tvořeném 3D prvky**

Aproximace dat získaných z MKP výpočtů je provedena polynomm druhého stupně, tedy parabolou. Nezávisle proměnnou zde je vzdálenost mezi uzlem v kořeni vrubu a nejbližším meziuzlem. V grafu jsou zaznačeny i hodnoty spolehlivosti R (Obr. 107).



**Obr. 107 - Aproximace dat získaných MKP výpočtem nad 3D sítí podélníku**

Aproximační funkce popisující velikost maximální špičky napětí na podélníku, vypočtené nad 3D sítí, v závislosti na vzdálenosti  $a_e$  popisuje rovnice (77).

$$\sigma_{d_{IV}}^{max} = 10,7 \cdot a_e^2 + 13,7 \cdot a_e + 190,4 \quad (77)$$

Odtud velikost gradientu napětí dle normály válcové části na potahu konverguje k hodnotě:

$$\sigma_{d_{IV}}^{max}(a_e = 0) = 190,4 \text{ MPa} \quad (78)$$

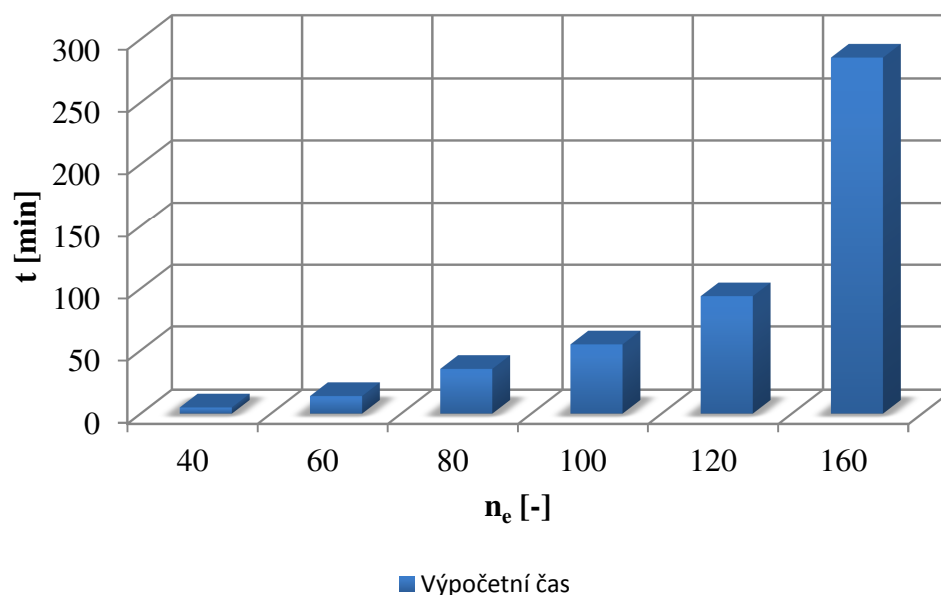
Aproximační funkce popisující velikost gradientu napětí na podélníku v závislosti na vzdálenosti  $a_e$  popisuje rovnice (79).

$$\left[ \frac{d\sigma}{dx} \right]_{d_{IV}} = 282,5 \cdot a_e^2 - 311 \cdot a_e + 182,7 \quad (79)$$

Odtud velikost gradientu napětí na podélníku konverguje k hodnotě:

$$\left[ \frac{d\sigma}{dx} \right]_{d_{IV}}(a_e = 0) = 182,7 \text{ MPa} \cdot \text{mm}^{-1} \quad (80)$$

Čas přípravy SFEMU je přibližně 6 hod. Výpočetní časy pak jsou uvedeny na Obr. 108.



**Obr. 108 – Výpočetní časy SFEMu tvořeného 3D elementy**

I zde je vidět, že dominantní čas do počtu elementů 160, je čas přípravy MKP modelu.

## 8.7 Zhodnocení metodik

Aby bylo možno navrhnuté metodiky zhodnotit je nutno zvolit řešení, ke kterému se výsledky jednotlivých metodik vztáhnou. Za hodnoty napětí respektive gradientu napětí, které přibližně odpovídají přesným hodnotám, jsou považovány ty, které se získaly z numerického experimentu v kapitole 8.6.4. Odpovídají tedy metodice, kdy jsou užity k modelování potahu i podélníku 3D kvadratické prvky.

Primárně je v praxi nutné stanovit správně maximální špičku napětí. Až druhotný význam má gradient, respektive poměrný gradient napětí. Protože při predikci životnosti se využívá především poměrný gradient napětí, nebude již dále v textu věnována pozornost gradientu napětí ale jen poměrnému gradientu napětí. Po diskuzi s odborníky na únavu materiálu z firmy EVEKTOR se stanovila jako maximální přípustná poměrná chyba ve výpočtu maximální špičky napětí hodnota 3%. Pro gradient napětí může tato hodnota dosáhnout i 15%.

Relativní chyba hledané veličiny je počítána dle vzorce (81):

$$\omega_{chyba} = \frac{|\bar{\omega} - \omega|}{\bar{\omega}} \cdot 100 [\%], \quad (81)$$

kde

$\omega$  hodnota zkoumané veličiny daná MKP výpočtem,

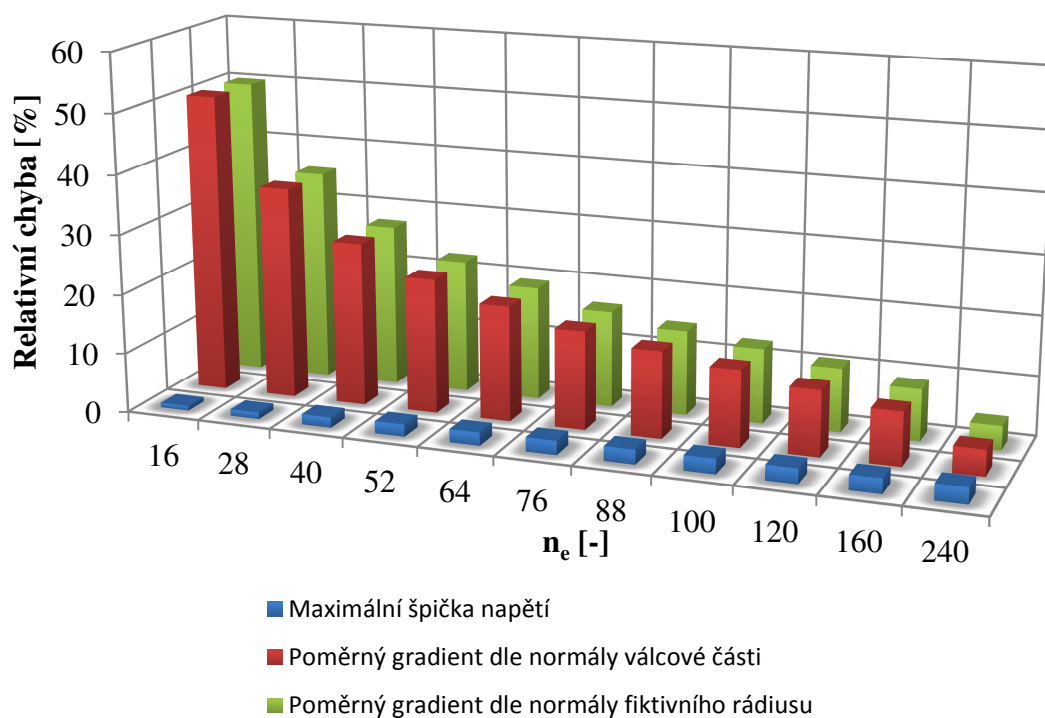
$\bar{\omega}$  hodnota přibližně odpovídající přesné hodnotě hledané veličiny.

Protože výsledky z obou metodik, kdy je použita jen hrubá síť konečných prvků (***vhodné umístění uzlů na hrubé konečnoprvkové síti tvořené skořepinovými elementy*** a ***vhodné umístění uzlů na hrubé konečnoprvkové síti tvořené 3D elementy***), přesahují maximální přípustnou chybu v maximální špičce i poměrném gradientu napětí, nemohou být tyto metodiky pro tvorbu SFEMu použity. Relativní chyby v max. špičce a poměrném gradientu napětí na potahu i podélníku jsou zaneseny v Tab. 10.

**Tab. 10 - Zhodnocení metodik s použitím hrubých sítí konečných prvků**

	Relativní chyba	Veličina	<i>Vhodné umístění uzlů na hrubé konečnoprvkové síti tvořené skořepinovými elementy</i>	<i>Vhodné umístění uzlů na hrubé konečnoprvkové síti tvořené 3D elementy</i>
Potah	Max. špička	$\Delta \sigma_{\max}^{(t)} [\%]$	6	7
	Poměrný gradient dle normály válcové plochy	$\Delta \chi_{\sigma}^{(t1)} [\%]$	71	60
	Poměrný gradient dle normály fiktivního rádiusu	$\Delta \chi_{\sigma}^{(t2)} [\%]$	71	53
Podélník	Max. špička	$\Delta \sigma_{\max}^{(d)} [\%]$	10	12
	Poměrný gradient	$\Delta \chi_{\sigma}^{(d)} [\%]$	72	73

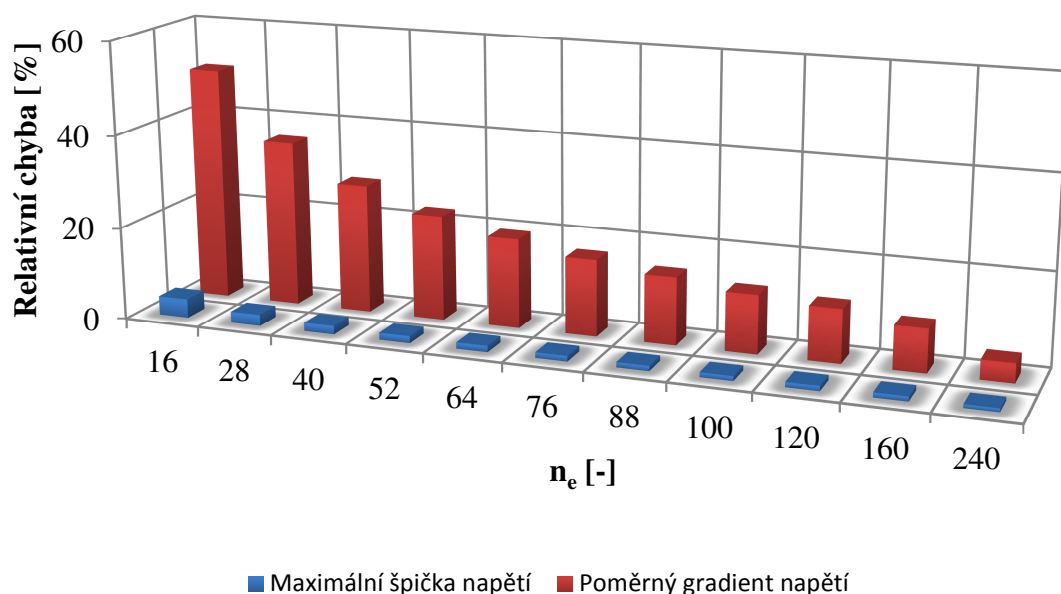
V následujícím textu jsou zhodnoceny metodiky radiálního zahušťování (skořepinové – 2D a 3D elementy). Relativní chyby, kterých se dosáhlo při diskretizaci jednotlivými počty elementů po obvodu otvoru, jsou zobrazeny na následujících obrázcích. Na Obr. 109 jsou zobrazeny relativní chyby max. špičky a poměrného gradientu napětí na potahu, který je modelován skořepinovými prvky.



**Obr. 109 – Chyba diskretizace 2D elementů na potahu**

Z Obr. 109 lze vidět, že pro dostatečně přesné určení maximální špičky a poměrného gradientu napětí stačí, když je po obvodu otvoru na potahu použito 88 elementů. Je však výhodnější použít **elementů 160**, čas výpočtu se tím zvýší pouze v jednotkách minut. V tomto případě by max. špička napětí měla mít chybu okolo 3% a poměrný gradienty okolo 9%.

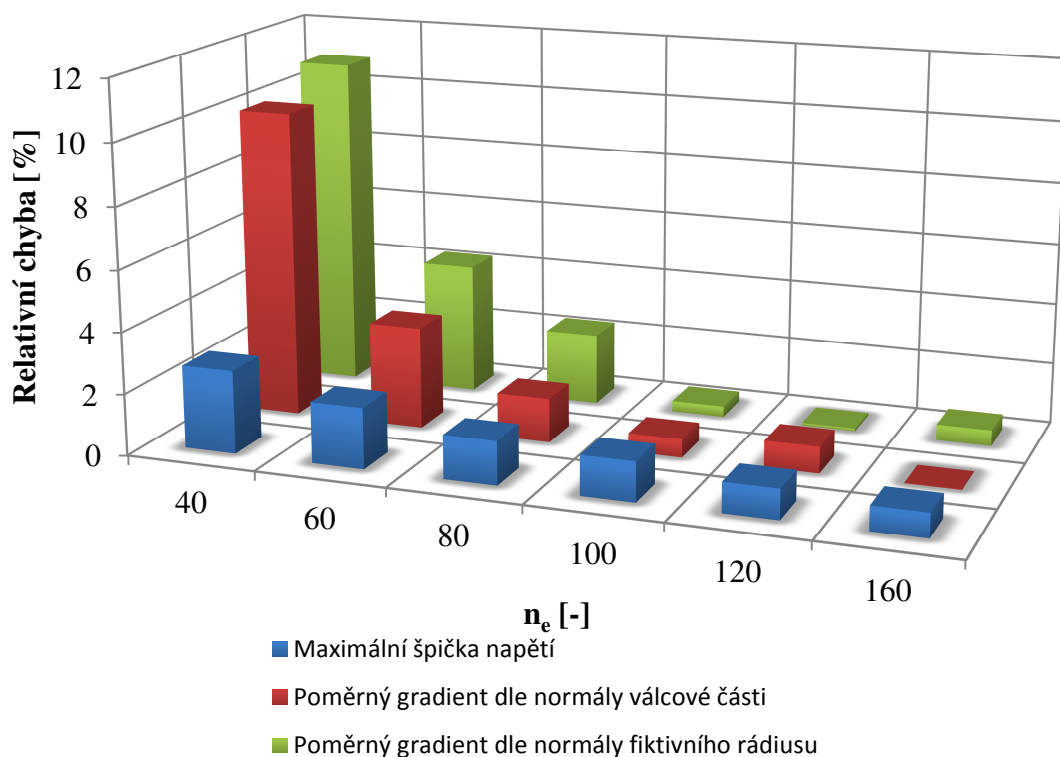
Na Obr. 110 jsou zobrazeny relativní chyby max. špičky a poměrného gradientu napětí na podélníku, který je modelován skořepinovými prvky.



**Obr. 110 - Chyba diskretizace 2D elementů na podélníku**

Dostatečný počet elementů pro dostatečně přesné určení maximální špičky a poměrného gradientu na podélníku, který je modelován skořepinovými elementy, je taktéž 88. Protože chyba v max. špička napětí i poměrném gradientu s rostoucím počtem elementů, klesá, je výhodné zde použít elementů více. Čas výpočtu se tím výrazně nezvýší. Je tedy navrhováno použít **160 elementů** po obvodu, čímž by max. špička napětí měla mít chybu jen kolem 1% a poměrný gradient napětí okolo 9%.

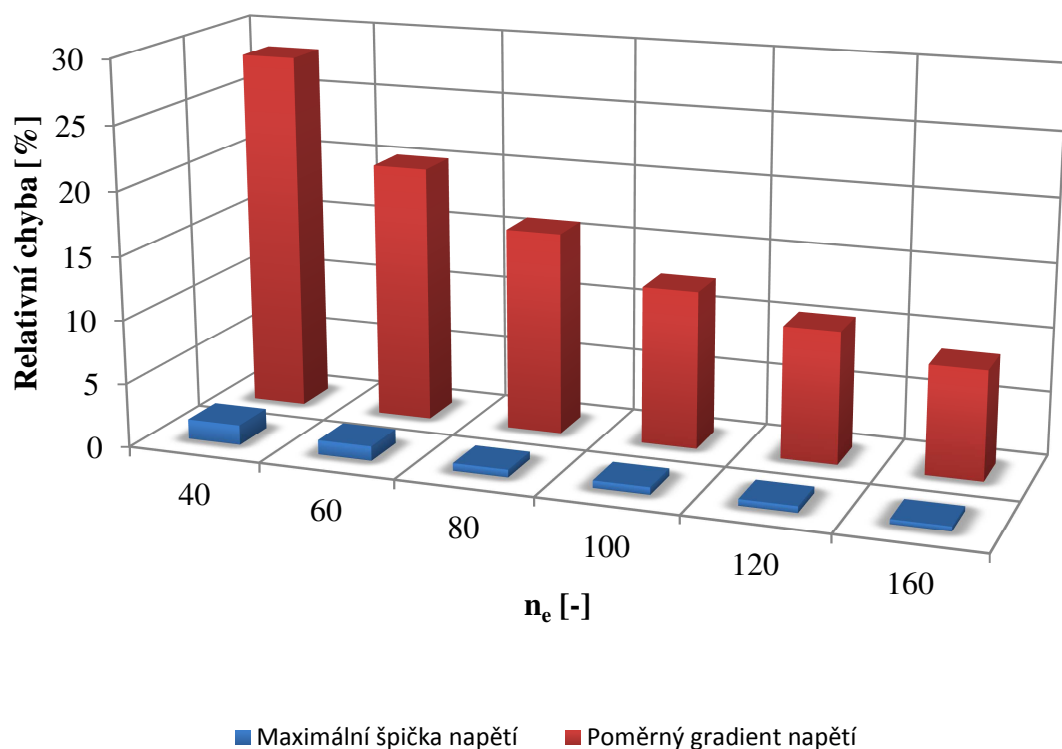
Na Obr. 111 jsou zobrazeny relativní chyby max. špičky a poměrných gradientů napětí na potahu, který je modelován 3D prvky.



**Obr. 111 – Chyba diskretizace 3D elementů na potahu**

Dostatečný počet elementů pro určení maximální špičky napětí, poměrného gradientu napětí dle normály válcové části a poměrného gradientu dle normály fiktivního rádiusu je 40. I zde je však výhodné jít na vyšší počet elementů, čímž výsledky výrazně zvýší svoji přesnost. Ideálním počtem elementů po obvodu otvoru je **80 elementů**. Při tomto počtu elementů se relativní chyba maximální špičky pohybuje pod 2%, poměrného gradientu dle normály válcové části taktéž po 2% a poměrného gradientu dle normály fiktivního rádiusu pod 3%.

Na Obr. 112 jsou zobrazeny relativní chyby max. špičky a poměrného gradientu napětí na podélníku, který je modelován 3D prvky.



**Obr. 112 – Chyba diskretizace 3D elementů na podélníku**

U podélníku je již počet elementů potřebný pro dostatečně přesné určení gradientu vyšší. Aby bylo možno určit s dostatečnou přesností max. špičku napětí a zároveň i gradient napětí, je nutno použít **100 elementů**. Při tomto počtu prvků by již měla být max. špička napětí určena s přesností pod 1% a poměrný gradient pod 13%.

Obě metodiky splňují požadavky praxe na dostatečně přesné určení maximální špičky napětí, poměrného gradientu dle normály válcové části i fiktivního rádiusu.

Nyní je nutné vybrat takovou metodiku, která je pro praktické používání nejvhodnější. Protože metodiky, kdy se užívá pouze hrubá síť s vhodně umístěnými uzly, nesplňují požadavek na přesnost výsledků, nemohou být tyto metodiky v praxi používány. Nejvhodnější metodika tedy musí být vybrána pouze z metodik radiálního zahušťování.

Výběr je proveden na základě těchto kritérií:

- přesnost stanovení maximální špičky napětí,
- přesnost stanovení poměrného gradientu na válcové části otvoru (válcovém otvoru),
- přesnost stanovení poměrného gradientu ve směru normály fiktivního rádiusu,



- stanovení napětí po tloušťce plechu,
- čas přípravy MKP modelu (SFEMu),
- výpočtový čas SFEMu,
- metodika bez pomocných výpočtů ( $k_z, k_\sigma$ ),
- metodika bez propojování 2D a 3D elementů,
- univerzálnost metodiky.

Významnost jednotlivých kritérií je popsána hladinou významnosti, což jsou čísla na škále od jedné do devíti. Nejméně významnému kritériu je přiřazena hladina významnosti 1 a nejvíce významné kritériu hladina významnosti 9 (Tab. 11).

**Tab. 11 - Hladina významnosti kritérií**

Kritérium	Hladina významnosti
přesnost stanovení maximální špičky napětí	9
přesnost stanovení poměrného gradientu na válcové části otvoru (válcovém otvoru)	8
přesnost stanovení poměrného gradientu ve směru normály fiktivního rádiusu	7
stanovení napětí po tloušťce plechu	3
čas přípravy MKP modelu (SFEMu)	6
výpočtový čas SFEMu	5
metodika bez pomocných výpočtů ( $k_z, k_\sigma$ )	1
metodika bez propojování 2D a 3D elementů	2
univerzálnost metodiky	4

Jak zkoumané metodiky vyhovují výše uvedeným kritériím, popisuje míra plnění. Pro to aby bylo možno zkoumané metodiky kvantifikovat, je i míra plnění ohodnocena čísly (Tab. 12).

**Tab. 12 - Míra plnění**

Míra plnění	Kvantifikační faktor
velmi dobrá	5
dobrá	4
střední	3
špatná	2
velmi špatná	1
žádná	0

Vhodnost metodiky se pak posuzuje podle součtu vážených indexů. Vážený index se vypočte jako součin hladiny významnosti a kvantifikačního faktoru. Vhodnější je pak ta metodika, která má vyšší součet vážených indexů.

Zhodnocení metodiky „Radiální zahušťování skořepinových elementů kolem kritického otvoru“ je v Tab. 13.

**Tab. 13 - Zhodnocení metodiky radiálního zahušťování 2D elementy**

Kritérium	Hladina významnosti	Kvantifikační faktor	Vážený index
přesnost stanovení maximální špičky napětí	9	4	36
přesnost stanovení poměrného gradientu na válcové části otvoru (válcovém otvoru)	8	3	24
přesnost stanovení poměrného gradientu ve směru normály fiktivního rádiusu	7	3	21
stanovení napětí po tloušťce plechu	3	0	0
čas přípravy MKP modelu (SFEMu)	6	5	30
výpočtový čas SFEMu	5	5	25
metodika bez pomocných výpočtů ( $k_z, k_\sigma$ )	1	0	0
metodika bez propojování 2D a 3D elementů	2	5	10
univerzálnost metodiky	4	3	12
Součet vážených indexů			<b>158</b>

Zhodnocení metodiky „Radiální zahušťování kolem kritického otvoru 3D elementy“ je v Tab. 14.

**Tab. 14 - Zhodnocení metodiky radiálního zahušťování 3D elementy**

Kritérium	Hladina významnosti	Kvantifikační faktor	Vážený index
přesnost stanovení maximální špičky napětí	9	5	45
přesnost stanovení poměrného gradientu na válcové části otvoru (válcovém otvoru)	8	4	32
přesnost stanovení poměrného gradientu ve směru normály fiktivního rádiusu	7	5	35
stanovení napětí po tloušťce plechu	3	5	15
čas přípravy MKP modelu (SFEMu)	6	3	18
výpočtový čas SFEMu	5	3	15
metodika bez pomocných výpočtů ( $k_z, k_\sigma$ )	1	5	5
metodika bez propojování 2D a 3D elementů	2	0	0
univerzálnost metodiky	4	4	16
Součet vážených indexů			<b>181</b>

Součet vážených indexů je vyšší u metodiky „*Radiální zahušťování kolem kritického otvoru 3D elementy*“ proto je tato metodika doporučena pro použití v praxi. Je však nutno podotknout, že u některých kritérií je kvantifikační faktor určen pouze subjektivně. Takto je zhodnocena například univerzálnost metody. Také čas přípravy MKP modelu (SFEMu) není stanovena zcela objektivně. V praxi se tento čas může měnit v závislosti na uživateli a použitém software.

## 9 Předvedení navržené metodiky na vybrané součásti letounu EV-55 Outback

Metodika je odzkoušena na dolním panelu křídla letounu EV-55 Outback. Panel je zatěžován harmonickým kmitem pulsujícím v tahu. Panel je zatěžován takovými silami, že nominální hodnota napětí v potahu je přibližně +80 MPa. Koeficient asymetrie cyklu je roven hodnotě 0,25. Takto zatížený panel křídla byl zkoušen i experimentálně ve VZLÚ, takže lze výsledky porovnat s navrženou metodikou.

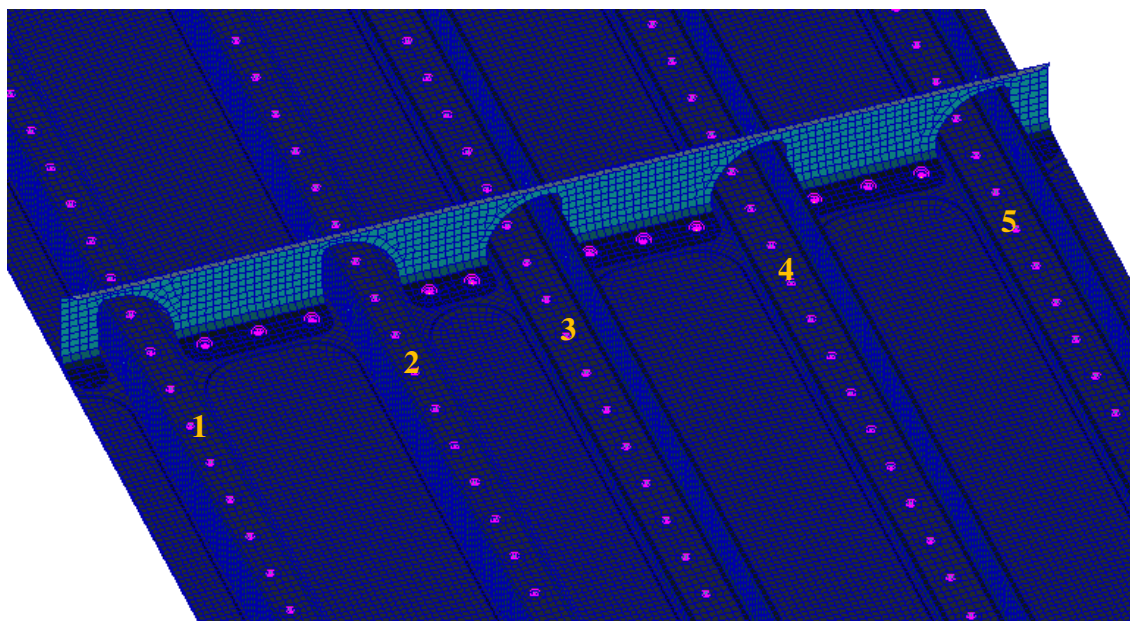
Celý model panelu křídla je přebrán z firmy *EVEKTOR*. Potah i podélník je v tomto modelu modelován 3D lineárními prvky. Otvory pro nýty jsou modelovány zjednodušeně, osmi elementy po obvodu otvoru. Zhloubení pro zápusťnou hlavu modelováno není. Nejedná se tedy o standartní DFEM, který se v praxi užívá k modelování částí letounu. Pro předvedení metodiky je však tento model dostačující. Model panelu, který je přebrán z firmy *EVEKTOR*, je zatížen tak, že nominální hodnota napětí v potahu je přibližně 69 MPa. Výsledky napětí z takto zatíženého modelu jsou pak přepočteny na napětí odpovídající zadání (maximální nominální napětí +80 MPa, koeficient asymetrie cyklu 0,25).

Potah je vyroben z hliníkové slitiny 2024-T3 ALCLAD a podélníky z hliníkové slitiny 7175 T73511. Mechanické vlastnosti materiálů jsou v Tab. 9 a Tab. 15. Data meze kluzu a meze pevnosti jsou přebrány z MMPDS.

**Tab. 15 - Vybrané mechanické vlastnosti použitých materiálů**

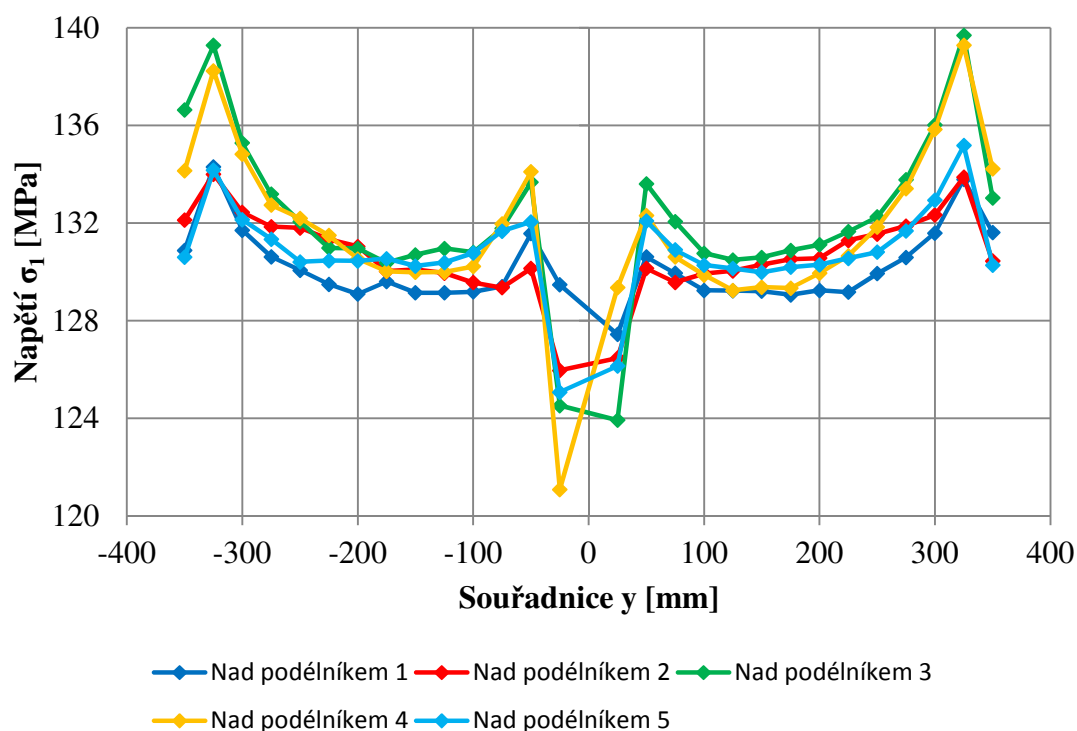
Materiál	Mez kluzu $R_e$ [MPa]	Mez pevnosti $R_m$ [MPa]
2024-T3 ALCLAD	310	427
7175 T73511	407	476

Nejprve je z modelu panelu křídla (Obr. 113) na základě rozboru napjatostního stavu vybrán kritický otvor, na nějž je aplikován SFEM.



**Obr. 113 - Regulární zóna dolního panelu křídla**

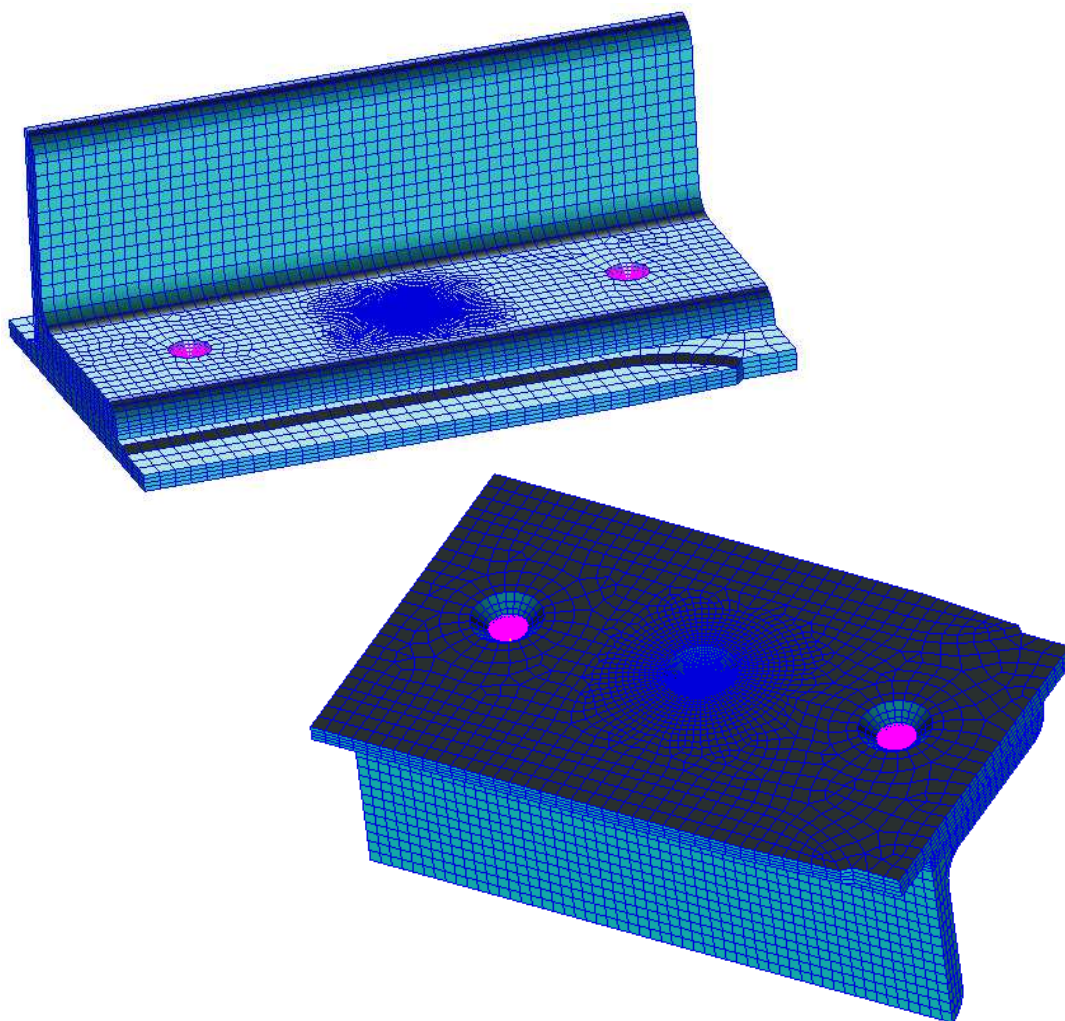
Rozbor je proveden analyzováním napětí na otvorech v potahu nad jednotlivými podélníky. Jsou srovnávány napětí na vnější straně potahu. Číslování podélníků je zaznačeno na (Obr. 113). Výsledky napětí v potahu nad jednotlivými podélníky jsou na (Obr. 114). Výsledky jsou zobrazeny pro oblast regulární zóny, tedy oblasti mezi třemi žebry. Nulová souřadnice  $y$  náleží žebro uprostřed.



**Obr. 114 - Výsledky napětí v otvorech potahu nad jednotlivými podélníky**

Kritický otvor v potahu je nad podélníkem č. 3, na souřadnici  $y = 325 \text{ mm}$ . Na tento otvor je tedy aplikován SFEM. Vysoké skoky v napětí kolem nulové souřadnice  $y$  (např. nad podélníkem č. 4) jsou zapříčiněna tím, že uzly ze kterých se vyhodnocuje napětí, nejsou umístěny stejně, jako je tomu u ostatních otvorů (nemají umístěn uzel tam, kde je předpokládáno lokální maximum). Maximální špička v podélníku nevyšla v místě pod kritickým otvorem v potahu. Aby nemusel být vytvořen další SFEM, bude analyzováno napětí na podélníku v místě kritického otvoru v potahu a vyšší napětí, které je v jiném místě, bude korigováno bezpečnostním koeficientem. Tento bezpečnostní koeficient má hodnotu 1,08.

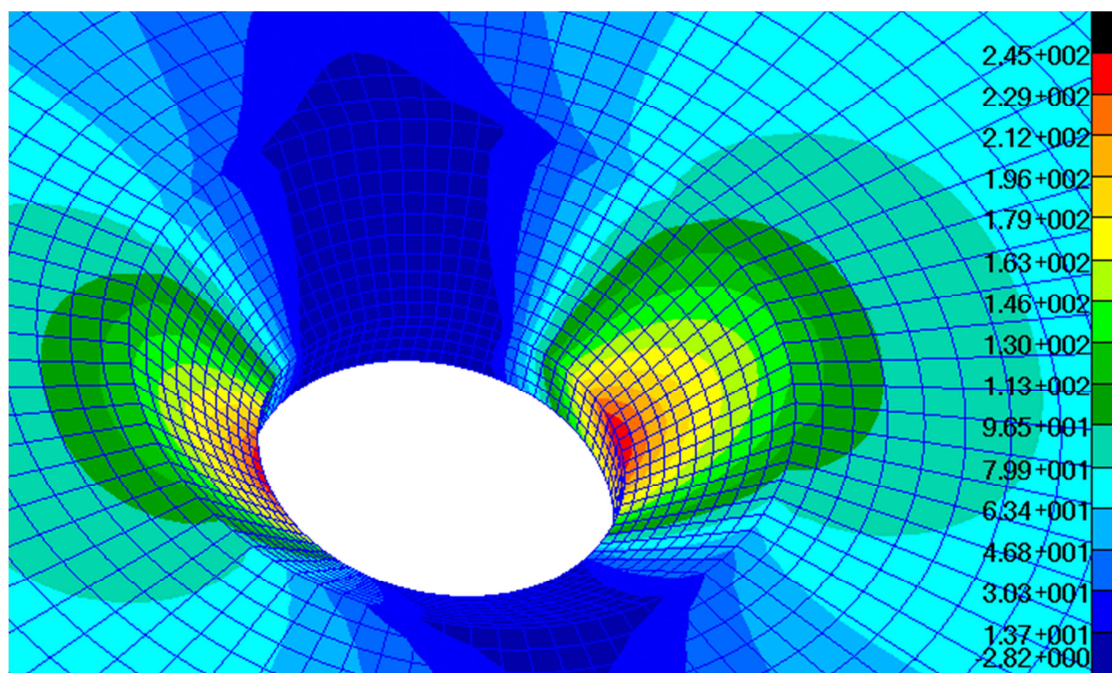
Díky tomu, že jsou podélníky i potah modelovány na panelu křídla 3D prvky, odpadá v SFEMu propojování skořepinových a 3D prvků. Po obvodu kritického otvoru v potahu je použito 80 elementů, v podélníku pak elementů 100 (Obr. 115).



**Obr. 115 - SFEM dolního panelu křídla**

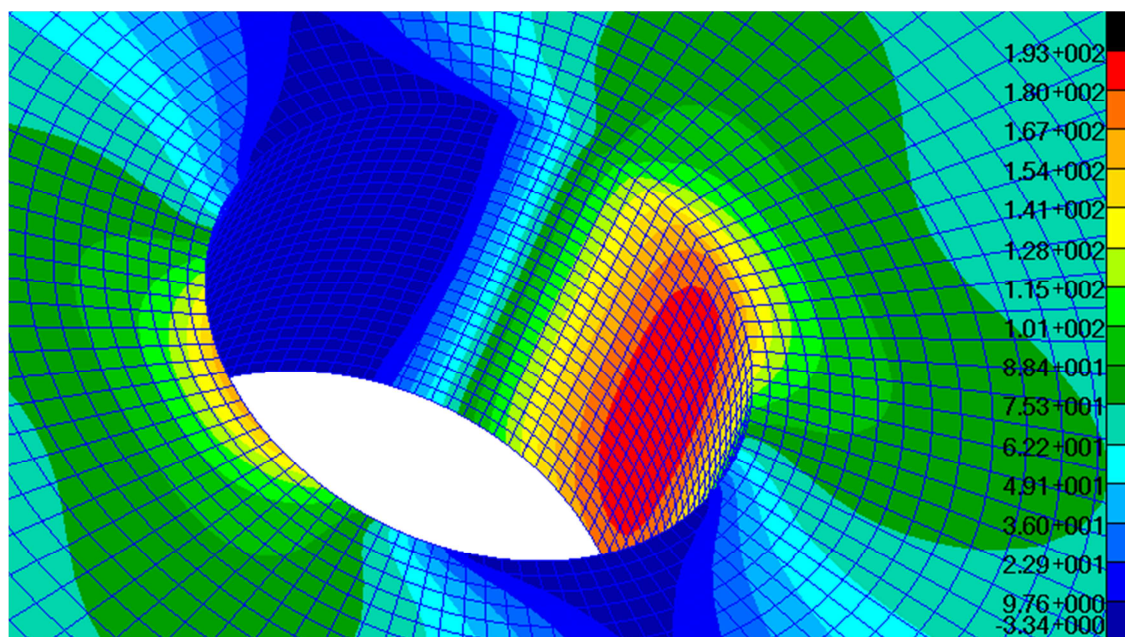


Napjatost v okolí otvoru v potahu je zobrazena na (Obr. 116).



**Obr. 116 - Napjatost v okolí zhloubení v potahu**

Napjatost v okolí otvoru v podélníku je zobrazena na (Obr. 117).



**Obr. 117 - Napjatost v okolí otvoru v podélníku**

Výše uvedené výsledky jsou zobrazeny pro stav, kdy je panel zatížen takovou silou, aby v potahu bylo vyvozeno nominální napětí přibližně 69 MPa.

Níže jsou napětí přepočtena pro případ, kdy je posuzována životnost panelu. Nominální horní napětí v potahu by se přibližně měla rovnat 80 MPa. Maximální špičky napětí

i poměrné gradienty na potahu i podélníku, pro které se posuzuje životnost, jsou v uvedeny v Tab. 16.

**Tab. 16 - Data pro predikci životnosti potahu a podélníku**

	Veličina	Jednotka	Hodnota
Potah	Koeficient asymetrie cyklu - $R$	$[-]$	0,25
	Horní napětí - $\sigma_h$	$[MPa]$	285
	Dolní napětí - $\sigma_d$	$[MPa]$	71
	Střední napětí - $\sigma_m$	$[MPa]$	178
	Amplituda napětí - $\sigma_a$	$[MPa]$	107
	Poměrný gradient napětí dle normály válcové plochy - $\chi_\sigma^{(1)}$	$[mm^{-1}]$	0,75
	Poměrný gradient napětí dle normály fiktivního rádiusu - $\chi_\sigma^{(2)}$	$[mm^{-1}]$	0,81
Podélník	Koeficient asymetrie cyklu - $R$	$[-]$	0,25
	Horní napětí - $\sigma_h$	$[MPa]$	242
	Dolní napětí - $\sigma_d$	$[MPa]$	60
	Střední napětí - $\sigma_m$	$[MPa]$	151
	Amplituda napětí - $\sigma_a$	$[MPa]$	91
	Poměrný gradient napětí - $\chi_\sigma$	$[mm^{-1}]$	0,84

S-N křivky hliníkových slitin 2024-T3 a 7175-T73511 jsou čerpány z literatury [34]. Potah je sice vyroben z hliníkové slitiny 2024-T3 ALCLAD, který se vyznačuje přídatnou vrstvou zabraňující korozi. Kořen kritického vrubu v potahu je však v místě odvrtání, kde je tato vrstva odebrána. Pro predikci životnosti tedy mohou být použita data pro hliníkovou slitinu 2024-T3. S-N křivky pro symetricky střídavý cyklus jsou v literatuře, ze které jsou data čerpány, popsány vztahem (82):

$$\log N = A - D \cdot \log(H \cdot \sigma_c - Q), \quad (82)$$

kde A, D, H a Q jsou parametry aproximace, které jsou vypsány v Tab. 17.

**Tab. 17 - Parametry S-N křivek hliníkových slitin 2024-T3 a 7175-T73511**

Parametr	Materiál	
	2024-T3	7175-T73511
A	11,1	12,01
D	3,97	5,26
H	0,213 825	0,145 038
Q	15,8	15,04

Matematickými úpravami lze vztah (82) upravit na tvar:

$$\sigma_c = \frac{\frac{10^{\frac{A}{D}}}{N^{\frac{1}{D}}} + Q}{H}, \quad (83)$$

který popisuje závislost amplitudy symetricky střídavého cyklu při porušení materiálu únavou na počtu cyklů.

Vliv střední hodnoty napětí je korigován Goodmanovým vztahem (84).

$$\sigma_{ac} = \sigma_c \cdot \left(1 - \frac{\sigma_m}{R_m}\right) \quad (84)$$

Srovnáním rovnice (83) a (84) vznikne vztah (85) popisující amplitudu napětí  $\sigma_{ac}$ , při které dojde v závislosti na počtu cyklů k únavovému lomu hladké součásti bez vrubu, jež je zatížena harmonickým signálem pulsujícím v tahu (existence středního napětí  $\sigma_m$ ).

$$\sigma_{ac} = \frac{10^{\frac{A}{D}} + Q \cdot N^{\frac{1}{D}}}{H \cdot N^{\frac{1}{D}}} \cdot \left(1 - \frac{\sigma_m}{R_m}\right) \quad (85)$$

Vztah (85) platí pouze pro hladký vzorek. Pro reálnou součást s vrubem lze z rovnic (8) a (9) odvodit vztah:

$$\sigma_{c,v,a} = \frac{\sigma_{ac}}{\frac{K_f}{f_{size} \cdot f_{surf} \cdot f_{tech}}} \quad (86)$$

kdy amplituda  $\sigma_c$ , při které dojde k únavovému lomu při symetricky střídavém cyklu, je nahrazena amplitudou  $\sigma_{ac}$ , při které dojde k únavovému lomu při cyklu - pulsujícím v tahu. Uvažováním vztahu (29) lze dále rovnici (86) upravit na tvar:

$$\sigma_{c,v,a} = \frac{\sigma_{ac}}{K_t} \cdot n \cdot f_{size} \cdot f_{surf} \cdot f_{tech} \quad (87)$$

Napětí  $\sigma_{c,v,a}$  v rovnici (87) popisuje velikost amplitudy nominálního napětí, při kterém dojde k lomu v závislosti na počtu cyklů. Při predikci životnosti, kdy je podkladem MKP výpočet, se však většinou nepočítá s nominálním napětím ale rovnou s maximální špičkou napětí, která je dána vztahem:

$$\sigma_{MKP} = \sigma_{nom} \cdot K_t \quad (88)$$



Využitím vztahu (88) lze rovnici (87) upravit tak, aby bylo možno na základě této rovnice odečítat životnost přímo z MKP výsledků.

$$\sigma_{MKP} = \sigma_{ac} \cdot n \cdot f_{size} \cdot f_{surf} \cdot f_{tech}, \quad (89)$$

kde

$\sigma_{MKP}$  amplituda max. špičky napětí daná MKP výpočtem.

Součinitel vlivu únavy  $n$  pro počet cyklů  $10^6$  je určen vztahem (32), dle autorů **Siebel a Stieler**. Materiálové konstanty  $c$  Siebel-Stielerova vztahu jsou převzaty z kapitoly 3.3, kde byly naladěny. Pro hliníkovou slitinu 2024-T3 je užitá hodnota 0,207 a pro hliníkovou slitinu 7175-T73511 je užitá hodnota 0,204. Jelikož pro hliníkovou slitinu 7175-T73511 nebylo naladění materiálové konstanty  $c$  provedeno, je pro tento materiál užitá hodnota, která byla naladěna pro blízký materiál, hliníkovou slitinu 7075-T6. Obě převzaté konstanty byly naladěny pro počet cyklů rovnající se  $10^6$ . Jak již ale bylo dříve uvedeno, součinitel vlivu únavy je funkcí počtu cyklů. Je tedy nutné matematicky popsat součinitel vlivu únavy jako funkci počtu cyklů. Pokud je známý průběh součinitele únavy, lze z něj odvodit i průběh součinitele vlivu únavy. Zjednodušeně lze předpokládat, že součinitel únavy  $K_f$  lze v logaritmických souřadnicích popsat lineární funkcí:

$$\log K_f = A_f \cdot \log N + B_f \quad (90)$$

kde

$A_f$  a  $B_f$  jsou parametry lineární funkce součinitele vlivu únavy.

Po odlogaritmování rovnice (90) lze součinitel vrubu vyjádřit:

$$K_f = 10^{(A_f \cdot \log N + B_f)} \quad (91)$$

Porovnáním rovnic (29) a (91) pak lze součinitel vlivu únavy jako funkci počtu cyklů popsat vztahem:

$$n(N) = \frac{K_t}{10^{(A_f \cdot \log N + B_f)}} \quad (92)$$

Pro určení parametrů  $A_f$  a  $B_f$  lze užít dvou bodů, ve kterých je hodnota součinitele vlivu únavy známá. Prvním bodem je bod s počtem cyklů  $10^6$ , kde lze součinitel vlivu únavy vypočítat z rovnice (32). Druhým bodem pak je bod, kdy amplituda symetricky střídavého cyklu z rovnice (83) dosáhne meze pevnosti. Při odpovídajícím počtu cyklů tomuto napětí ( $R_m$ ) se součinitel vlivu únavy rovná přímo hodnotě  $K_t$  (součinitel tvaru), neboť součinitel únavy je při tomto počtu cyklů roven jedné. Součinitel tvaru lze z výše

uvedeného MKP výpočtu určit jen přibližně. Součinitel tvaru je na potahu roven hodnotě 3,6 a na podélníku je roven hodnotě 2,8.

Součinitel velikosti je v tomto případě zanedbán (rovná se jedné). Součinitel technologie úprav povrchu není uvažován (rovná se jedné), jelikož kořen vrubu je v místech, kde je povrchová vrstva odstraněna (odvrtána).

Dosahovaná drsnost povrchu v otvorech pro nýty je v potahu i podélníku shodná, má hodnotu Ra3,2. Pro potah je hodnota součinitele jakosti povrchu rovna hodnotě 0,85 [1]. Pro podélník je hodnota součinitele jakosti povrchu rovna hodnotě 0,84 [1]. Je uvažováno, že obě výše uvedené hodnoty platí pouze pro počet cyklů  $10^6$ . Ve výpočtu je uvažováno, že i součinitel jakosti povrchu je funkcí počtu cyklů. V logaritmických souřadnicích lze tuto závislost popsat lineární funkcí:

$$\log f_{surf} = A_s \cdot \log N + B_s \quad (93)$$

kde

$A_s$  a  $B_s$  jsou parametry lineární funkce součinitele jakosti povrchu.

Po odlogaritmování rovnice (93) lze součinitel jakosti povrchu vyjádřit:

$$f_{surf} = 10^{(A_s \cdot \log N + B_s)} \quad (94)$$

Hodnoty  $A_s$  a  $B_s$  jsou určeny ze dvou známých bodů, kterými lineární funkce součinitele jakosti povrchu prochází. Prvním bodem je bod s počtem cyklů  $10^6$ . V tomto bodě jsou hodnoty stanoveny z literatury (hodnota 0,85 a 0,84). Druhým bodem pak je bod, kdy amplituda symetricky střídavého cyklu z rovnice (83) dosáhne meze pevnosti. Při odpovídajícím počtu cyklů tomuto napětí ( $R_m$ ) se součinitel jakosti povrchu rovná jedné.

Uvážením, že součinitel velikosti a součinitel technologie úprav se rovnají jedné, lze dále rovnici (89) zjednodušit.

$$\sigma_{MKP} = \sigma_{ac} \cdot n \cdot f_{surf} \quad (95)$$

Rovnici (95) již lze použít pro predikci životnosti potahu (podélníku) na základě výsledků MKP. Aby bylo možné z výsledků napětí získat odpovídající počet cyklů je nutno tuto rovnici (95) vyřešit. Po drobné úpravě ji lze s výhodou řešit numericky.

Upravení rovnice spočívá v převedení členu  $\sigma_{MKP}$  na pravou stranu (96). Pro přibližné numerické vyřešení rovnice je užita metoda půlení intervalu.

$$0 = \sigma_{ac} \cdot n \cdot f_{surf} - \sigma_{MKP} \quad (96)$$

Numerické řešení rovnice je provedeno v software *Python*. Skript řešení je přiložen v příloze D a E. Na základě vyřešení rovnice (96) zvlášť pro potah a zvlášť pro podélník je odhadována životnost potahu **1 222 000** cyklů a podélníku **18 122 000** cyklů. První trhлина tedy vznikne na potahu.

Dle predikce na základě MKP výpočtů vznikne první trhлина v potahu. Po vzniku této trhliny se pole napětí v okolí této trhliny změní. I napětí na podélníku bude jiné a nelze tedy považovat hodnotu životnosti podélníku za správnou.

Panel byl na stejné hladině odzkoušen i experimentálně. První trhлина v regulérní zóně se objevila při 1 311 000 cyklech. Mimo tuto hladinu byl panel testován na dalších 6-ti hladinách. Každá hladina je charakteristická fixovanou střední hodnotou 50 MPa. Minimální testovaná amplituda napětí je 30 MPa, maximální pak 65 MPa. Z těchto dat je sestavena S-N křivka. Je vytvořena se směrodatnou odchylkou 0,139. Z S-N křivky lze vypočíst, že počet cyklů, kdy v panelu vznikla první trhлина při amplitudě napětí 30 MPa, je 977 000. Graf S-N křivky však nemůže být zobrazen, neboť se jedná o Know-how firmy *EVEKTOR*.

Nyní lze zhodnotit, jak výpočtem predikovaná životnost odpovídá životnosti dané experimentální zkouškou panelu. Rozdíl mezi predikovanou životností a životností danou S-N křivkou je dán vztahem (97). Výsledek je vztažen k hodnotě životnosti danou S-N křivkou.

$$\Delta N_1 = \left| \frac{1\,222\,000 - 977\,000}{977\,000} \right| \cong 25 \% \quad (97)$$

Rozdíl mezi predikovanou životností a životností danou experimentální zkouškou na stejné hladině zatížení je dán vztahem (98). Výsledek je vztažen k hodnotě životnosti danou experimentální zkouškou.

$$\Delta N_2 = \left| \frac{1\,222\,000 - 1\,311\,000}{1\,311\,000} \right| \cong 7 \% \quad (98)$$

## 10 Diskuze nad výsledky

Na základě výsledků z kapitoly 3 je zřejmé, že gradient napětí má u všech tří zkoumaných materiálů vliv na únavovou životnost. Vliv gradientu napětí však byl zkoumán pouze pro vzorky namáhané tahem/tlakem. Proto je nutné k odvozeným materiálovým parametrům Siebel-Stielerova vztahu tak přistupovat.

Je zřejmé, že materiály jsou obecně ke gradientu napětí senzitivní. Jejich senzitivita se však může lišit. Některé materiály jsou senzitivní více, některé pak méně. Uvážením gradientu napětí ve výpočtu se predikovaná životnost vždy zvýší.

Použití MKP jako podklad pro predikci životnosti je dosti výhodné, neboť s ní lze stanovit jak maximální špičku, tak poměrný gradient napětí. Z důvodu, že v rámci MKP je prováděna numerická integrace a výsledky napětí jsou poté z integračních bodů určitým způsobem transformovány do uzlů sítě, je nutné mít nad touto transformací dostatečný přehled. Při stanovení maximální špičky napětí nemusí být na první pohled zřejmá špatná interpretace výsledků. Nesprávná interpretace maximální špičky napětí totiž bývá jen v jednotkách procent. Naopak gradient napětí může být špatnou interpretací vyhodnocen zcela nesprávně. Špatná interpretace výsledků napětí způsobuje podhodnocení gradientu napětí až v desítkách procent. Vyhodnocení takto zkreslených výsledků pak nelze považovat za relevantní.

Při MKP výpočtu v praxi není reálné modelovat dostatečně jemnou síť celou zkoumanou konstrukcí, např. křídlo, popřípadě panel křídla. Proto je navrženo, používat metodu submodelingu. Pro určení napjatostního stavu na kritických otvorech spoje podélníku s potahem stačí do submodelu zahrnout tři otvory v potahu a tři v podélníku. Kritický otvor však musí být uprostřed. Tím je eliminován vliv vícenásobného nýtování. Nezanedbatelný vliv na posuzování životnosti nýtového spoje s podélníkem má zahloubení pro hlavu nýtu v potahu. Zvýšení maximální špičky napětí na otvoru se zahloubením je oproti otvoru bez zahloubení o 26%. Na zahloubeném otvoru se naskýtá možnost vyhodnocovat gradient více způsoby. Maximální špička napětí na otvoru potahu je v bodě, kde se střetávají dvě plochy (válcová a kuželová). Inženýrský odhad velí z tohoto bodu gradient stanovovat dle normály válcové části, což odpovídá kolmici na směr dominantního zatěžování. Ve skutečnosti však není mezi

oběma plochami ostrý přechod ale přechodový rádius. Dle normály tohoto rádiusu již lze gradient vyhodnotit. Šíření únavové trhliny by tomuto směru mělo v realitě odpovídat a je tedy relevantnější využívat tohoto směru.

Protože při modelování SFEMu je doporučováno (jak vyplynulo z analýzy) použití 3D konečnoprvkové sítě, avšak DFEM je ve velké většině případů modelován skořepinovými elementy, je nutno tyto elementy navzájem propojovat. V práci se užíla metoda propojování zapuštění skořepinových elementů do těla 3D elementů. Validací této metody je ověřena správnost přenášené tuhosti, při zatížení ohybem. Při zatížení pouze tahem, což je dominantní zatížení na potahu a podélníku, by zmíněná metodika propojování měla být zcela dostačující. Uzly náležící hranici mezi 3D a skořepinovými prvky jsou společné, proto by přenos tahového zatížení měl být téměř dokonalý.

Aby se tahové zatížení stačilo ze skořepinových do 3D elementů rozvést, musí být hranice submodelu dostatečně vzdálená od analyzované části, tedy od kritického otvoru pro nýty. V případě užití SFEMu tam, kde je jeho DFEM počítán jako nelineární úloha je lepší použít metodu submodelingu – posuvovou metodu. Užitím substructuringu totiž nelze postihnout nelinearity DFEMu.

Z navrhovaných metodik tvoření SFEMu nelze pro predikci životnosti použít ty kdy je užitá hrubá síť konečných prvků. Použitím těchto metodik totiž nelze nedosáhnout dostatečné přesnosti stanovení maximální špičky a poměrného gradientu napětí, která je stanovena na základě konzultace s odborníky z praxe. Tyto podmínky splňují pouze metodiky radiálního zahušťování. Obě tyto metodiky lze pro predikci životnosti použít. Počet elementů, které je nutno použít pro dostatečně přesný odhad maximální špičky a gradientu napětí se liší. Ze všech výsledků je vidět, že gradient napětí konverguje vždy pomaleji než maximální špička napětí. Proto je taky stanovena přípustná odchylka u poměrného gradientu 5-krát vyšší než u maximální špičky napětí. Po zhodnocení mnoha aspektů (přesnost, čas přípravy, výpočetní čas,...) je pro následné praktické použití doporučená **metodika radiálního zahušťování 3D elementů**.

U metodiky radiálního zahušťování 3D elementů je ta výhoda, že se zvyšujícím počtem elementů (od určitého počtu elementů) po obvodu otvoru gradient napětí roste a maximální špička napětí klesá. Hodnota maximální špičky napětí tedy téměř vždy (od určitého počtu elementů) bude metodou konečných prvků určená vyšší, než

ve skutečnosti na otvoru je. MKP tedy predikuje konzervativní hodnotu maximální špičky napětí. Naopak hodnota gradientu napětí je MKP predikována téměř vždy (od určitého počtu elementů) vyšší než je na otvoru ve skutečnosti. Protože je však známo, že se zvyšujícím se gradientem napětí roste i součinitel vlivu únavy, je jasné, že MKP predikuje konzervativní hodnotu i u gradientu napětí.

Výpočet životnosti dolního panelu křídla na základě stanovení napjatostního stavu metodou konečných prvků, u kterého je uváženo i vliv gradientu napětí, se dosti přesně shoduje s výsledky zkoušek životnosti tohoto panelu. Díky této skutečnosti lze tuto metodiku doporučit pro další použití.

## 11 Závěr

Úvod práce je věnován popisu únavy materiálu. Hlavní pozornost je však věnována vlivu konstrukčního vrubu. Při výpočtech životnosti v technické praxi je vliv konstrukčního vrubu popsán součinitelem tvaru  $K_t$  a součinitelem tvaru  $K_f$ . Poměr mezi těmito dvěma součiniteli se nazývá součinitel vlivu únavy, který je funkcí poměrného gradientu a materiálových vlastností. V kapitole 3 je u vybraných materiálů (hliníková slitina 2024-T3, 7075-T6 a ocel 4130) součinitel vlivu únavy zhodnocen. Zhodnocení je provedeno na základě experimentálních zkoušek, které byly provedeny v NACA. Výsledkem je zjištění, že jsou tyto materiály ke gradientu napětí senzitivní a je tedy účelné tento vliv ve výpočtech nezanedbávat. Součástí zhodnocení je také naladění materiálového parametru  $c$  Siebel-Stielerova vztahu.

Střední část práce je věnována výskytu únavových trhlin, popisu letounu EV-55 Outback a rozboru nýtového spoje potahu s podélníkem v regulární zóně. Jedním ze závěrů rozboru je zjištění, že zahloubení pro hlavu nýtu v potahu má výrazný vliv na součinitel tvaru, a je tedy nutno tento vliv do výpočtu životnosti uvážit.

Kapitola 8 obsahuje rozbor tvorby MKP sítě. Součástí kapitoly je analýza konečno-prvkových elementů. Z analýzy vyplynulo, že nežli budou výsledky z MKP použity pro predikci životnosti, je nutno ověřit jak preprocesor transformuje výsledky napětí z integračních bodů do uzlů, z nichž jsou výsledky odečítány. Při špatné transformaci a následném vyhodnocování gradientu vznikají chyby v až desítkách procent, což je pro následnou predikci životnosti nepřijatelné. Například v software MSC Patran je lépe použít 3D elementy s integrací  $2 \times 2 \times 2$ , pro které software dokáže napětí přetransformovat dostatečně správně.

V technické praxi nelze například u spojů podélníku s potahem modelovat jemnou síť celou strukturu (panel křídla). Je tedy účelné volit metodu submodelingu. V práci jsou navrženy čtyři metody, jak síť konečných prvků nad submodelem vytvářet. Nejvhodnější metodou je radiální zahušťování kolem kritického otvoru 3D elementy. U podélníku, kde není zahloubený otvor, je nutné použít 100 elementů po obvodu otvoru, u potahu, kde zahloubení již je, pak stačí elementů 80. U potahu i podélníku tyto počty elementů stačí k určení maximální špičky napětí s chybou pod 2%. Gradienty napětí u potahu lze

při 80 elementy stanovit s přesností do 3 %. Gradient napětí u podélníku lze při 100 elementech po obvodu stanovit s přesností do 15 %.

V poslední kapitole je navržená metodika předvedena při výpočtu životnosti dolního panelu křídla. Na stejném dílu byla životnost zjišťována i experimentálně, zkouškou. Srovnáním predikované životnosti stanovené výpočtem a životnosti dané experimentální zkouškou, se dospělo k uspokojivé shodě. Je tedy stanoven závěr, že navržená metodika je vhodná k používání v praxi.



## **Poděkování**

Chtěl bych poděkovat vedoucímu diplomové práce panu Ing. Martinu Fuskovi, Ph.D. za vedení této práce a za věcné připomínky, které mně velmi dopomohly k vypracování diplomové práce. Dále bych chtěl poděkovat kolegům z oddělení výpočty firmy *EVEKTOR*, za jejich ochotu a vstřícnost. V neposlední řadě bych chtěl poděkovat taky rodině, která mně byla oporou po celou dobu mého studia na vysoké škole.

## 12 Seznam použité literatury

- [1] RŮŽIČKA, Milan, Miroslav HANKE a Milan ROST. *Dynamická pevnost a životnost*. Vyd. 1. Praha: České vysoké učení technické, 1987, 259 s.
- [2] PAPUGA, Jan a Maxim LUTOVINOV. *Help for FinLiv.VBA Excel database*. [FAD/12/001, ver. B Technical Report]. Evektor spol. s r.o., Kunovice 2014
- [3] PAPUGA, Jan a Slavomír PARMA. Identification of Kohout-Věchet Model of Fatigue Curve (Identifikace Kohoutova-Věchetova modelu únavové křivky). [FAD/13/001]. Evektor spol. s r.o., Kunovice 2013
- [4] RŮŽIČKA, Milan. *Únavová životnost letadel a motorů r. 2011 prof. Růžička: Únavová životnost letadel a motorů* [online]. © 2008-2015, poslední revize 6.10.2011 [cit. 2015-12-25]. <  
[http://mechanika.fs.cvut.cz/content/files/upzml/UPZLM\\_2011-1-3-Ru.ppt](http://mechanika.fs.cvut.cz/content/files/upzml/UPZLM_2011-1-3-Ru.ppt) >
- [5] RŮŽIČKA, M., J. JURENKA a Z. HRUBÝ. *Dynamická pevnost a životnost: Lokální přístupy* [online]. © 2008-2015, poslední revize 23.11.2015 [cit. 2015-12-26]. <  
[http://mechanika.fs.cvut.cz/content/files/DPZ/DPZ\\_2015\\_Hru05\\_lokalni\\_pristupy.pdf](http://mechanika.fs.cvut.cz/content/files/DPZ/DPZ_2015_Hru05_lokalni_pristupy.pdf)>
- [6] GROVER, H. J., S. M. BISHOP and L. R. JACKSON. *Fatigue strengths of aircraft materials: Axial-load fatigue tests on unnotched sheet specimens of 24S-T3 and 75S-T6 aluminum alloys and of SAE 4130 steel*. [Technical report NACA TN 2324 ]. Washington, NACA  
1951. (link:[http://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19930083007\\_1993083007.pdf](http://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19930083007_1993083007.pdf))
- [7] GROVER, H. J., S. M. BISHOP and L. R. JACKSON. *Fatigue strengths of aircraft materials axial-load fatigue tests on notched sheet specimens of 24S-T3 and 75S-T6 aluminum alloys and of SAE 4130 steel with a stress-concentration factors of 2.0 and 4.0*. [Technical report NACA-TN-2389 ]. Washington, NACA  
1951. (link: <http://naca.central.cranfield.ac.uk/reports/1951/naca-tn-2389.pdf>)
- [8] GROVER, H. J., S. M. BISHOP and L. R. JACKSON. *Fatigue strengths of aircraft materials axial-load fatigue tests on notched sheet specimens of 24S-T3 and 75S-T6 aluminum alloys and of SAE 4130 steel with stress concentration factor of 5.0*. [Technical report NACA-TN-2390 ]. Washington, NACA  
1951. (link: <http://naca.central.cranfield.ac.uk/reports/1951/naca-tn-2390.pdf>)

- [9] GROVER, H. J., W. S. HYLER and L. R. JACKSON. *Fatigue strenghts of aircraft materials axial-load fatigue tests on notched sheet specimens of 24S-T3 and 75S-T6 aluminum alloys and of SAE 4130 steel with stress concentration factor of 1.5*. [Technical report NACA-TN-2639 ]. Washington, NACA 1952. (link: <http://naca.central.cranfield.ac.uk/reports/1952/naca-tn-2639.pdf>)
- [10] GROVER, H. J., W. S. HYLER and L. R. JACKSON. *Fatigue Strengths of Aircraft Materials: Axial-Load Fatigue Tests on Edge-Notched Sheet Specimens of 2024-T3 and 7075-T6 Aluminum Alloys and of SAE 4130 Steel with Notch Radii of 0.004 and 0.070 inch* . [Technical report NASA-TN-D-111 ]. Washington, 1959. (link: <http://ntrs.nasa.gov/search.jsp?R=19980223991&hterms=nasa+tn+111&q=Ntx%3Dmode%2520matchallpartial%26Ntk%3DAll%26N%3D0%26Ntt%3Dnasa%2520tn%2520d%2520111>)
- [11] NAUMANN, Eugene C, H. F. HARDRATH and David E. GUTHRIE. *Axial-load fatigue tests of 2024-T3 and 7075-T6 aluminum-alloy sheet specimens under constant- and variable-amplitude loads* . [Technical report NASA-TN-D-212 ]. Washington, 1959. (link: <http://ntrs.nasa.gov/search.jsp?R=19890068459&hterms=nasa+tn+212&q=Ntx%3Dmode%2520matchallpartial%26Ntk%3DAll%26N%3D0%26Ntt%3Dnasa%2520tn%2520d%2520212>)
- [12] *Results of axial-load fatigue tests on electropolished 2024-T3 and 7075-T6 aluminium-alloy-sheet specimens with central holes*. [Technical report NACA-TN-3631 ]. Washington, 1956.
- [13] GROVER, H. J., W. S. HYLER and P. KUHN. *Axial-load fatigue properties of 24S-T and 75S-T aluminium alloy as determined in several laboratories*. [Technical report NASA-TR-D-1190]. 1947
- [14] *Technická norma – Kovové materiály – AEN2003*. Kunovice: EVEKTOR spol. s r.o., 2007. 183 s.
- [15] PTÁČEK, Josef. *Nauka o materiálu II*. 2.opr. a rozš. vyd. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2002. 392 s. ISBN 80-7204-248-3
- [16] *Fatigue Analysis on the Web [online]*. c2008-2016.<[www.efatigue.com](http://www.efatigue.com)>
- [17] HÖSCHL, Cyril. *Únava materiálu při periodickém zatěžování: sborník*. Praha: Dům techniky ČSVTS. 1981. 125 s. Stavba strojů
- [18] *FEMFAT 4.4 – BASIC Theory Manual*. Magna Steyr Engineering. 55 s.
- [19] *Analytical Strength assessment of components in mechanical engineering*. 5th rev. ed. Frankfurt am Main: VDMA Verlag. 2003. 267 s. ISBN 3-8163-0425-0425-7

- [20] RŮŽIČKA, Milan a Jiří FIDRANSKÝ. *Pevnost a životnost letadel*. Vyd. 1. Praha: Nakladatelství ČVUT, 2000. 206 s. ISBN 80-01-02254-4
- [21] KUČERA, Josef. *Úvod do mechaniky lomu I*. Vyd. 1. Ostrava, 2002. 156 s. ISBN 80-7078-862-3
- [22] PÍŠTĚK, Antonín. *Pevnost a životnost letadel I*. Vyd. 1. Brno, 1988. 266 s.
- [23] *EV-55 OUTBACK* [online]. c1999-2016. poslední revize 23. 2. 2016 [cit. 2016-02-23]. <<http://www.evektor.cz/cz/ev-55-outback>>
- [24] KNOBLOCH, Eberhard. *The shoulders on which we stand – 125 Jahre Technische Universität Berlin*. Vyd. 1. Berlin. 2004. ISBN 978-3-642-18916-6. Kapitola August Wöhler (1819-1914), s. 210-211
- [25] SUCKOV, Elizabeth. *NACA-National Advisory Committee for Aeronautics* [online]. poslední revize 21. 4. 2009 [cit. 2016-02-24]. <<http://history.nasa.gov/naca/>>
- [26] SLAVÍK, Slavomír. *Konstrukce křídla – I* [online]. poslední revize 19.4.2006 [cit. 2016-02-28]. <<http://aerospace.fsik.cvut.cz/letadla1/Konstrukce%20k%C5%99%C3%ADdla.pdf>>
- [27] *Konstrukce* [online]. c2016. <<http://www.lu.fme.vutbr.cz/>>
- [28] *MSC NASTRAN 2012 – Quick Reference Guide*. MSC Software, 2011. 3500 s.
- [29] APARCIO, Christian. *Making meshing easier with permanent glue contact MSC Nastran* [online]. 2. 7. 2013. [cit. 2016-03-09]. <<http://simulatemore.mscsoftware.com/making-meshing-easier-with-permanent-glued-contact-msc-nastran/>>
- [30] APARCIO, Christian. *The best FEA mesh transition MSC Nastran* [online]. 12. 7. 2013. [cit. 2016-03-09]. <<http://simulatemore.mscsoftware.com/the-best-fea-mesh-transition-msc-nastran/>>
- [31] RAGHU, Sreejit. *Finite element modelling techniques in MSC.Nastran and LS/Dyna* [online]. 2010. [cit. 2016-03-09]. <<http://www.scribd.com/doc/46901478/Finite-Element-Modelling-Techniques-in-MSC-NASTRAN-and-LS-DYNA>>
- [32] FUSEK, Martin a Jaroslav ROJÍČEK. *Metoda konečných prvků I* [online]. Ostrava, 2013. [cit. 2016-03-11]. <[http://projekty.fs.vsb.cz/463/edubase/VY\\_01\\_010/Metoda%20kone%C4%8Dn%C3%BDch%20prvk%C5%AF%201/02%20Text%20pro%20e-learning/METODA%20KONE%C4%8CN%C3%9DCH%20PRVK%C5%AE%20I%2001.pdf](http://projekty.fs.vsb.cz/463/edubase/VY_01_010/Metoda%20kone%C4%8Dn%C3%BDch%20prvk%C5%AF%201/02%20Text%20pro%20e-learning/METODA%20KONE%C4%8CN%C3%9DCH%20PRVK%C5%AE%20I%2001.pdf)>. ISBN 978-80-248-3023-0

- [33]        *Technická norma – Kovové materiály (A) – AEN2003*. Kunovice: EVEKTOR spol. s r.o., 2016. 189 s.
- [34]        RICE, Richard C. *Metallic Materials Properties Development and Standardization (MMPDS) – DOT/FAA/AR-MMPDS-01*. 2003

### 13 Seznam příloh

Příloha A	vyhodnocení vzorků z NACA / tabulky
Příloha B	vyhodnocení součinitele vlivu únavy / grafy
Příloha C	ladění materiálového parametru Siebel-Stielerova vztahu / grafy
Příloha D	výpočet životnosti potahu / skript ze software Python
Příloha E	výpočet životnosti podélníku / skript ze software Python